Formelsammlung für den Brückenkurs Physik

keine Garantie für Richtigkeit oder Vollständigkeit – Kritik / Korrekturen an tobias.mollnow@rwth-aachen.de

1. Allgemeines

SI-Einheiten	
Die sieben Einheiten des *Système international d'unités* sind per Konvention festgelegt. Es sind Basiseinheiten, aus denen sich alle anderen physikalischen Einheiten bilden lassen.	
Länge	Meter [m]
Masse	Kilogramm [kg]
Zeit	Sekunde [s]
Stromstärke	Ampere [A]
thermodynamische Temperatur	Kelvin [K]
Stoffmenge	Mol [mol]
Lichtstärke	Candela [cd]
Vorzeichen	
Zahl multiplizieren mit	Name der Vorsilbe [Abkürzung]
10^{12}	Tera [T]
10^{9}	Giga [G]
10^{6} / 1.000.000	Mega [M]
10^{3} / 1.000	kilo [k]
10^{2} / 100	hekto [h]
10^{1} / 10	deka [da]
10^{0} = 1	
10^{-1} / 0,1	dezi [d]
10^{-2} / 0,01	centi [c]
10^{-3} / 0,001	milli [m]
10^{-6} /0,000001	mikro [µ]
10^{-9}	nano [n]
10^{-12}	piko [p]

Umrechnung von Einheiten

1 m = 10 dm = 100 cm = 1.000 mm

1 m^2 = $(10\ dm)^2$ = 1.000 dm^2
= $(100\ cm)^2$ = 10.000 cm^2
= $(1.000\ mm)^2$ = 1.000.000 mm^2

1 m^3 = $(10\ dm)^3$ = 1.000 dm^3
= (100 cm^3) = 1.000.000 cm^3
= (1.000 mm^3) = 1.000.000.000 mm^3 = 10^9 mm^3

1l = 1.000 cm^3 = 1 dm^3 = 0,001 m^3

$$1\frac{g}{cm^3} = 1\frac{10^{-3}kg}{(10^{-2}m)^3} = 1\frac{10^{-3}kg}{10^{-6}m^3} = 10^3\frac{kg}{m^3} = 1.000\frac{kg}{m^3}$$

Bei vielen Aufgaben müssen die angegebenen Werte zunächst in Standardeinheiten umgerechnet werden. Eine übersichtliche Möglichkeit der Rechnung ist die schrittweise Umrechnung in die Standardeinheiten unter Nutzung des Faktors 10^x. Bei der Division im letzten Schritt muss man nur noch die Exponenten subtrahieren (bei dem letzten Beispiel also $-3-(-6)=3$).

Geometrie	
Kreisumfang	$U = 2\cdot\pi\cdot r$
Kreisfläche	$A_K = \pi\cdot r^2$
Zylinderoberfläche	$A_Z = \pi\cdot r^2 + 2\cdot\pi\cdot r\cdot h$
Zylindervolumen	$V = \pi\cdot r^2\cdot h$

2. Fehlerrechnung

arithmetischer Mittelwert	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$	
Alle Werte addieren und durch die Anzahl der Werte (n) teilen.	$\frac{2+4+8+6+9+3}{6} = 5\frac{1}{3}$	
absoluter Fehler	$6{,}7 \rightarrow 6{,}65 - 6{,}75 \rightarrow \pm 0{,}05$	
Tritt z.B. beim Ablesen einer digitalen Anzeige mit nur einer Stelle auf.		
relativer Fehler	$\frac{\pm 0{,}05}{6{,}7} \approx 0{,}0075 = 0{,}75\%$	
Absoluten Fehler durch den gemessenen Wert oder den Mittelwert teilen.		

3. Mechanik

a. Grundlagen

Dichte = $\frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}$	$\rho = \frac{m}{V}$	$[\frac{kg}{m^3}]$
Stoffmenge = $\frac{\text{Masse}}{\text{molare Masse}}$	$n = \frac{m}{M}$	$[mol]$
Geschwindigkeit = $\frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$	$v = \frac{s}{t}$	$[\frac{m}{s}]$
Beschleunigung = $\frac{\text{Geschwindigkeit}}{\text{Zeit}}$	$a = \frac{v}{t}$	$[\frac{m}{s^2}]$
Impuls = Masse · Geschwindigkeit	$p = m \cdot v$	$[\frac{kg \cdot m}{s}]$
Kraft = Masse · Beschleunigung	$F = m \cdot a$	$[N] = [\frac{kg \cdot m}{s^2}]$ (Newton)
Druck = $\frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$	$p = \frac{F}{A}$	$[Pa] = \left[\frac{N}{m^2}\right]$ (Pascal)
Der normale Atmosphärendruck (Luftdruck) beträgt 100.000 Pa, häufig angegeben als 100 kPa, das entspricht 1 bar.		
Druck = Dichte · Beschleunigung · Höhe	$p = \rho \cdot a \cdot h$	$[Pa]$
Oberflächenspannung = $\frac{\text{Arbeit}}{\text{Flächenänderung}}$	$\sigma = \frac{W}{\Delta A}$	$\left[\frac{J}{m^2}\right] = \left[\frac{N \cdot m}{m^2}\right] = [\frac{N}{m}]$
Bei den Aufgaben darauf achten, dass die Veränderung der Fläche ΔA mit 2 multipliziert werden muss, weil es eine Ober- und eine Unterseite der Fläche gibt (bei einer richtigen Seifenblase müsste man die Innen- und Außenseite bei der Flächenveränderung berücksichtigen).	Beispielsweise wird bei einem Quadrat die Seitenlänge von 5 auf 8 cm vergrößert. Die Rechnung für die Flächenänderung ist dementsprechend $3cm \cdot 3cm \cdot \mathbf{2} = 18cm^2$ (3 cm entspricht der Längenänderung jeder Seite).	

b. lineare Bewegung

gleichförmig beschleunigte Bewegung		
Weg in Abhängigkeit von der Zeit	$s = s_0 + v_0 \cdot t + {}^1/_2 \cdot a \cdot t^2$	$[m]$
Der nach einer bestimmten Zeit t zurückgelegte Weg s hängt ab vom Startort s_0, der Geschwindigkeit v_0 beim Start der Messung und der Beschleunigung a.	In den meisten Aufgaben ist das Beispiel ein senkrechter Wurf nach oben, dann entspricht die Beschleunigung a der Erdbeschleunigung g ($g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$).	
Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit	$v = v_0 \cdot a \cdot t$	$[\frac{m}{s}]$
Die Geschwindigkeit nach einer bestimmten Zeit t hängt nur noch von der Startgeschwindigkeit v_0 und der Beschleunigung a ab.		

c. Kreisbewegung

<table>
<tr><td>Umrechnung Winkel ⇔ Bogenmaß</td><td>$x° \cdot \frac{\pi}{180°} = y\,rad$
$x\,rad \cdot \frac{180°}{\pi} = y°$</td><td>Die Einheit rad des Bogenmaßes wird häufig weggelassen.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Um einen Winkel in Bogenmaß umzurechnen, multipliziert man ihn mit π und dividiert ihn durch 180, umgekehrt wird ein Wert im Bogenmaß mit 180 multipliziert und durch π dividiert, um den zugehörigen Winkel in Grad zu erhalten.</td></tr>
<tr><td>Frequenz / Periodendauer</td><td>$f = \frac{1}{T} \Leftrightarrow T = \frac{1}{f}$</td><td>$\left[\frac{1}{s}\right] = [s^{-1}] = [Hz]$ (Hertz)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Die Frequenz ist die Dauer einer Schwingung (bei einem Pendel) oder einer Drehung im Kreis (bei einem Karussell) und wird normalerweise in Hertz angegeben, was s^{-1} entspricht (also Schwingungen oder Drehungen pro Sekunde).
Die Periodendauer ist der Kehrwert der Frequenz und gibt an, wie lange eine Schwingung oder Drehung dauert.</td></tr>
<tr><td>Winkelgeschwindigkeit</td><td>$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = \frac{v}{r}$</td><td>$\left[\frac{1}{s}\right] = [s^{-1}]$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Die Winkelgeschwindigkeit gibt an, wie schnell etwas um den Ursprung rotiert, also den überstrichenen Winkel pro Zeit und ist damit unabhängig vom Radius.</td></tr>
<tr><td>Kreisbeschleunigung</td><td>$a_Z = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$</td><td>$[\frac{m}{s^2}]$</td></tr>
<tr><td>Zentripetalkraft</td><td>$F_Z = m \cdot a_Z$</td><td>$[N]$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Die Zentripetalkraft wirkt zum Kreismittelpunkt hin und ist die Kraft, die einen rotierenden Körper auf der Bahn hält. Schleudert man z.B. einen Gegenstand an einer Schnur im Kreis, muss man die Zentripetalkraft aufbringen. Lässt man los, entfällt sie und der Gegenstand fliegt tangential weg.
Die Zentrifugalkraft ist eine Scheinkraft, die genauso groß ist wie die Zentripetalkraft, aber nur wahrgenommen werden kann, wenn man sich selbst in dem bewegten System (z.B. einem Auto in der Kurve).</td></tr>
<tr><td>Trägheitsmoment</td><td>$J = m \cdot r^2$</td><td>$[kg \cdot m^2]$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Das Trägheitsmoment ist der „Widerstand“ eines Körpers gegenüber einer Drehung. In der geradlinigen Bewegung entspricht es der Masse (eine große Masse ist schwer anzuschieben, ein Gegenstand mit hohem Trägheitsmoment ist schwer in Rotation zu versetzen).</td></tr>
<tr><td>Drehimpuls</td><td>$L = r \cdot p = J \cdot \omega$</td><td>$[\frac{kg \cdot m^2}{s}]$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Der Drehimpuls ist der „Schwung“ einer Drehung. Er gibt die Richtung der Rotationsachse an und hängt von der Geschwindigkeit, der Masse des sich drehenden Gegenstands (denn $p = m \cdot v$) und dem Abstand r zur Rotationsachse ab.
Drehimpuls geht nicht verloren, was man sich z.B. beim Eiskunstlauf zu Nutze macht: Das Anziehen der Arme an den Körper verringert den Radius r und führt damit zu einer erhöhten Geschwindigkeit v, da die Masse m des Eiskunstläufers ja gleich bleibt (siehe Formel, $p = m \cdot v$).</td></tr>
<tr><td>Drehmoment</td><td>$T = r \cdot F$</td><td>$[Nm]$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Das Drehmoment versetzt einen Körper in Rotation, es entspricht der Kraft in der linearen Bewegung. Da es mit dem Radius r multipliziert wird, wird es umso größer, je weiter ein Gegenstand von der Rotationsachse entfernt ist.</td></tr>
</table>

d. Energie

<table>
<tr><td>Energie (Arbeit) = Kraft · Weg</td><td>$E(W) = F \cdot s$</td><td>$[J] = [N \cdot m]$ (Joule)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Energie und Arbeit sind dasselbe, in manchen Zusammenhängen spricht man aber immer von Energie und umgekehrt.</td></tr>
<tr><td>Volumenarbeit = Druck · Volumen</td><td>$W = p \cdot V$</td><td>$[J]$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Die Volumenarbeit ist die Energie W, die man benötigt, um z.B. eine Flüssigkeit mit einem bestimmten Volumen V_1 auf ein kleineres Volumen V_2 zu komprimieren.</td></tr>
<tr><td>potentielle Energie</td><td>$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$</td><td>$[J]$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Energie, die benötigt wird, um einen Gegenstand auf eine bestimmte Höhe zu heben</td></tr>
<tr><td>kinetische Energie (Bewegungsenergie)</td><td>$E_{kin} = {}^{1}\!/_{2} \cdot m \cdot v^2$</td><td>$[J]$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Energie, die ein Gegenstand mit einer bestimmten Geschwindigkeit hat.</td></tr>
<tr><td>Generell gilt der Energieerhaltungssatz, das bedeutet, dass keine Energie verloren geht, sondern nur in andere Energieformen umgewandelt wird.</td><td colspan="2">Beispielsweise verliert eine Flasche, die vom Dach geworfen wird, an Höhenenergie und gewinnt gleichzeitig kinetische Energie (beim Aufprall wird diese in Verformungsenergie und Wärme umgewandelt).</td></tr>
<tr><td>Leistung = $\frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}$</td><td>$P = \frac{W}{t}$</td><td>$[W] = [\frac{J}{t}]$ (Watt)</td></tr>
</table>

4. Gase

allgemeine Gasgleichung	$\frac{p \cdot V}{T} = const.$	
In einem idealen Gas ist das Verhältnis von Druck p und Volumen V zur Temperatur T konstant. Folglich zieht eine Änderung eines Parameters die Veränderung von mindestens einem der beiden Anderen nach sich (z.B. erhöhen sich bei konstantem Druck p Volumen V und Temperatur T proportional, was sich ausgleicht, da ein Wert im Nenner und einer im Zähler ist).		
allgemeine Gaskonstante	$R = 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K}$	
für n mol eines idealen Gases gilt *Erweiterung der allgemeinen Gasgleichung*	$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$	
Vergleich einer konstanten Gasmenge unter verschiedenen Bedingungen	$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$	
Diese Gleichung wird für die meisten Aufgaben (Luftblase, Taucher, Kühlschrank) benötigt.		

5. Wärme

Temperaturerhöhung eines Körpers	$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$	$[J]$
Die für die Temperaturerhöhung ΔT nötige Energie Q hängt von der Masse m und der stoffspezifischen Wärmekapazität c (wird angegeben) ab.		
Längenausdehnung bei Erwärmung	$l = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$	$[m]$
Die Länge nach Erwärmung l hängt von der ursprünglichen Länge l_0, dem Temperaturunterschied ΔT und dem stoffspezifischen Längenausdehnungskoeffizient α (wird angegeben) ab.		

6. Strömungsmechanik

Viskosität	η	$[Pa \cdot s]$
Die Viskosität ist die innere Reibung oder die Zähigkeit einer Flüssigkeit (z.B. hat Honig eine deutlich höhere Viskosität als Wasser).		
Gesetz von Hagen-Poiseuille	$\dot{V} = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot \eta \cdot l}$	$[\frac{m^3}{s}]$
Die Volumenstromstärke $\dot{V}$ hängt vom Radius r, der Druckdifferenz zwischen Anfang und Ende des Rohres Δp, der Viskosität η und der Länge des Rohres l ab.		
Strömungswiderstand	$R = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot r^4}$	
zusammengesetzt mit dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetz	$\dot{V} = \frac{\Delta p}{R}$	
Die Gleichung entspricht dem *Ohmschen Gesetz* (siehe Elektrizität).		
Serienschaltung von Widerständen	$R_{ges} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$	
Bei der Serienschaltung (auch: Reihenschaltung) erhöht jeder Einzelwiderstand den Gesamtwiderstand.		
Parallelschaltung von Widerständen	$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$	
Bei der Parallelschaltung kann sich der Gesamtwiderstand bei Hinzufügen eines neuen, geringeren Widerstands verringern. Das ist das Prinzip eines Bypasses (wenn das eigentliche Gefäß bestehen bleibt).		

7. Elektrizität

Stromstärke	I	$[A]$ (Ampere)
Ladung	$Q = I \cdot t$	$[C] = [A \cdot s]$ (Coulomb)
Spannung = $\frac{\text{Energie}}{\text{Ladung}}$	$U = \frac{E}{Q}$	$[V] = \left[\frac{J}{C}\right]$ (Volt)
Widerstand = $\frac{\text{Spannung}}{\text{Stromstärke}}$ (**Ohmsches Gesetz**)	$R = \frac{U}{I}$	$[\Omega] = \left[\frac{V}{A}\right]$ (Ohm)
Widerstand eines Leiters	$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$	
Der Widerstand R eines Leiters hängt von der Länge l, der Querschnittsfläche A und dem stoffspezifischen Widerstand ρ (wird angegeben) ab.		
Serienschaltung von Widerständen	$R_{ges} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$	
Parallelschaltung von Widerständen	$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$	
Leitwert = $\frac{1}{\text{Widerstand}}$	$G = \frac{1}{R}$	$S = \frac{1}{\Omega}$ (Siemens)
Leistung = Spannung · Stromstärke	$P = U \cdot I$	$[W] = [A \cdot V]$
Arbeit	$W = P \cdot t = U \cdot Q$	$[J] = [W \cdot s] = [V \cdot C]$
Elementarladung	$e_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$	*(wird angegeben)*
Eine Elementarladung entspricht der Ladung eines Elektrons oder eines Protons.		
elektrische Feldstärke	$E = \frac{F}{Q}$	$\left[\frac{N}{C}\right] = \left[\frac{V}{m}\right]$
elektrische Feldstärke im Plattenkondensator	$E = \frac{U}{d}$	
Die Feldstärke E hängt von der Spannung U und dem Abstand der Platten d ab.		
Kapazität	$C = \frac{Q}{U}$	$[F = \frac{C}{V}]$ (Farad)
elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$	*(wird angegeben)*
Kapazität im Plattenkondensator	$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \frac{A}{d}$	
Die Kapazität C eines Plattenkondensators hängt von der elektrischen Feldkonstante ε_0, der Fläche der Platten A, dem Abstand der Platten d und der stoffspezifischen Permittivität ε (wird angegeben) ab.		
Zeitkonstante	$\tau = R \cdot C$	
Die Zeitkonstante setzt sich aus dem Widerstand R, über den der Kondensator aufgeladen oder entladen wird, und der Kapazität C des Kondensators zusammen und bestimmt die Dauer des jeweiligen Vorgangs.		
Aufladung eines Kondensators	$U = U_0 \cdot (1 - e^{\frac{t}{R \cdot C}})$	
Die Spannung U zu einer bestimmten Zeit t während des Aufladens eines Kondensators hängt von der Ladespannung U_0 und der Zeitkonstanten $\tau = R \cdot C$ ab. e ist die Eulersche Zahl.		
Entladung eines Kondensators	$U = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$	
Die Spannung U zu einer bestimmten Zeit t während des Entladens eines Kondensators hängt von der Anfangsspannung U_0 und der Zeitkonstanten $\tau = R \cdot C$ ab. e ist die Eulersche Zahl		
Avogadro-Konstante	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} mol^{-1}$	*(wird angegeben)*
Die Avogadro-Konstante gibt an, wieviele Teilchen N in der Stoffmenge n mit 1 mol Teilchen sind.		
also folgt daraus	$n = \frac{N}{N_A}$	