

Einführung in die Technische Informatik

WS 2006/2007

Blatt 5: Zahlendarstellung und Rechnerarithmetik

Ihre Lösung zu den mit (*) gekennzeichneten Übungen sollen Sie am **8.12.2006** in der Übung abgeben. Die Bearbeitung der Aufgaben in Lerngruppen ist sinnvoll. Bitte geben Sie nur eine Lösung pro Lerngruppe ab.

Beachten Sie bitte wegen des Tags der Informatik am 1.12.2006 findet an diesem Tag **keine Übung** statt.

Aufgabe 1: Einer- und Zweierkomplement

- a) Geben Sie für die folgenden Zahlen jeweils die Vorzeichen-, Einer- und Zweier-Komplement-Darstellung an. Gehen Sie von einer Wortlänge von $n = 16$ aus.

$$+66, -101, -204, +204, +198, -523, -1021 \quad (1)$$

- b) Geben Sie eine vereinfachte Vorschrift zur Berechnung des Zweier-Komplements einer Dualzahl an, mit der das Zweier-Komplement in einem Schritt erzeugt wird und nicht mit den zwei Schritten Komplementbildung und Addition von 1. Begründen Sie die Korrektheit ihrer Vorschrift.
- c) Berechnen Sie im 4-Bit-Zweier-Komplement $4+3$, $-4+3$, $4+5$, $-4+(-5)$ und wandeln Sie das Ergebnis ins Dezimalsystem um.
- d) Bei Addition positiver Zahlen erkennt man einen Überlauf am Auftreten eines Übertrags an der höchstwertigen Bitposition. Bei Addition im Zweier-Komplement wird dieser Übertrag normalerweise ignoriert. Warum? Woran kann man bei Addition im Zweier-Komplement einen Überlauf erkennen?

Aufgabe 2: Gleitkommadarstellung

Gegeben sei der folgende Term:

$$(17.34)_{10} + (A63.12)_{16} - (27.65)_8 + (110110.01)_2 \quad (2)$$

- a) Berechnen Sie das Ergebnis und stellen Sie es als IEEE Single Gleitkommazahl dar.
- b) Wie groß ist der Fehler, der bei der Ergebnisdarstellung in a) auftritt? Geben Sie den Fehler in Dezimaldarstellung an.

- c) Wie lässt sich der Fehler verringern? Unter welchen Bedingungen lässt sich ein solcher Fehler nicht nur verringern, sondern ganz vermeiden?

Aufgabe 3: (★) Gleitkommazahlen

Gleitkommazahlen (auch Fließkommazahlen genannt) werden in vielen Rechnern nach dem IEEE-Standard 754 dargestellt, der auch in der Vorlesung vorgestellt wurde. Im Buch von Oberschelp/Vossen wird hingegen als Beispiel ein anderes 32-Bit-Format verwendet (1 Bit Vorzeichen, 23 Bit Mantisse m mit $\frac{1}{2} \leq |m| < 1$, kein „hidden bit“, 8 Bit Exponent d im Zweier-Komplement).

- a) Beschreiben Sie die wesentlichen Unterschiede in den beiden Gleitkommadarstellungen. Wie unterscheidet sich die Normalisierung in den beiden Formaten?
- b) Stellen Sie die Zahl $-5,125$ in beiden 32-Bit-Formaten dar.

Aufgabe 4: Gleitkommardarstellung

- a) Stellen Sie die Zahl $-6,203125$ in beiden in der Vorlesung vorgestellten Formaten dar.
- b) Welche Dezimalzahl wird in diesem Format durch die folgende Bitfolge im IEEEFormat dargestellt?

$$(101011101011010000000000100000) \quad (3)$$

- c) Welche Dezimalzahl wird in diesem Format durch die folgende Bitfolge im IEEEFormat dargestellt?

$$(1100000001101000000000100000) \quad (4)$$

- d) Welche Dezimalzahl wird in diesem Format durch die folgende Bitfolge im IEEEFormat dargestellt?

$$(110000000000000000000000000000) \quad (5)$$

Aufgabe 5: (★) 32-Bit-Gleitkommazahlen IEEE

Im Folgenden wollen wir uns auf das IEEE-Format für 32-Bit-Gleitkommazahlen beschränken.

Welche Dezimalzahl wird in diesem Format durch die folgenden Bitfolgen jeweils dargestellt? Geben Sie das Ergebnis auf vier Nachkommastellen genau an.

a) $(101111101010100000000000000000)_{\text{IEEE}}$

b) $(00111110010011001100110011001101)_{\text{IEEE}}$

c) $(100000000000000000000000000000)_{\text{IEEE}}$

Wie wird die folgende Dezimalzahl als Bitfolge im 32-Bit-IEEE-Gleitkomma-Format dargestellt?

d) 0,3125

Aufgabe 6: (★) Rechnen mit Gleitkommazahlen

a) Stellen Sie die folgenden Werte als Gleitkomma-Zahlen im Dualsystem in normalisierter Form mit Exponenten-Basis 2 dar, wobei die Mantisse auf 7 Nachkommastellen gerundet werde.

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & (10101010, 10)_2 \cdot 2^{-10} & \text{ii)} & (\text{EFF}, \text{EFF})_{16} & \text{iii)} & (0,0576171875)_{10} \\ \text{iv)} & (1, 3)_{10} & \text{v)} & (7, 72)_{10} \cdot 10^{-5}/(705)_8 & \text{vi)} & \sqrt{(2)_{10}} \end{array}$$

b) Berechnen Sie alle Summen und Produkte von jeweils zwei der ersten vier Gleitkomma-Zahlen.

Um die Unterschiede zu verdeutlichen, geben Sie in beiden Aufgabenteilen die „eigentlichen Werte“ und die Werte der Gleitkomma-Zahlen auch als Dezimalzahl an (evtl. geeignet gerundet).

Aufgabe 7: (★) Multiplikation von Binärzahlen

Gegeben sei ein Schaltnetz mit vier Eingängen x_1, x_2, x_3, x_4 und den Ausgängen p_1, p_2, p_3, p_4 , das eine Schaltfunktion $F : B^4 \rightarrow B^4$ realisiert, wobei $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (z_1, z_2, z_3, z_4)$ gilt gdw. $(z_1 z_2 z_3 z_4)_2 = (x_1 x_2)_2 \times (x_3 x_4)_2$ ist (*Multiplikation zweier zweistelliger Dualzahlen*). Sei $F = (f_1, f_2, f_3, f_4)$, d. h., jedes f_i ist eine Boolesche $f_i : B^4 \rightarrow B$.

- Realisieren Sie diese Schaltfunktion in einem Schaltnetz, indem Sie die Minterme für jede Funktion f_i bestimmen und in einer geeigneten Weise zeichnen.
- Bestimmen Sie je ein Minimalpolynom für jede Funktion f_i .