

Diplomvorprüfung im Fach „Rechnerstrukturen“ (Sommersemester 1997)

Aufgabe 1: Boolesche Algebra (18 Punkte)

Gegeben sei folgende dreistellige Boolesche Funktion F :

x_1	x_2	x_3	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

- (a) Wie sind die Maxterme sowie die Maxtermdarstellung einer Booleschen Funktion f definiert? Zeigen Sie durch einen Widerspruchsbeweis, daß die Maxtermdarstellung einer beliebigen Booleschen Funktion f stets eindeutig ist! (6 P.)
- (b) Geben Sie die Minterme für obige Funktion F an! Ist im Falle von F eher die Maxterm- oder die Mintermdarstellung vorzuziehen (Begründung)? (2 P.)
- (c) Berechnen Sie für die oben gegebene Funktion F die komplementfreie Ringsummenentwicklung nach Reed-Muller! (4 P.)
- (d) Sei I_F die Menge der einschlägigen Indizes von F . M_F sei definiert als die Menge aller dreistelligen Booleschen Funktionen, die man erhält, indem man entweder ein Element aus I_F entfernt oder aber einen weiteren einschlägigen Index zu I_F hinzufügt. Schließlich bezeichne allgemein $F(., 1, .)$ diejenige zweistellige Boolesche Funktion, die man aus dem dreistelligen F gewinnt, wenn man $x_2 = 1$ konstant hält.

Worin unterscheidet sich die letzte Spalte der Funktionstabelle eines beliebigen Elementes von M_F von der letzten Spalte in der oben gegebenen Funktionstabelle von F ? Geben Sie ein $F' \in M_F$ an, so daß das Funktionensystem $\{F'(., 1, .)\}$ funktional vollständig ist, und weisen Sie dies explizit nach! Ist auch $\{F'(., 0, .)\}$ funktional vollständig? (6 P.)

Aufgabe 2: Varianzwerk (22 Punkte)

Bei der Durchführung beliebiger Messungen interessiert man sich oft dafür, wie sehr die Meßergebnisse um den Mittelwert der Messung schwanken. Wichtigste Größe in diesem Zusammenhang ist die sogenannte *Varianz*, die definiert ist als die mittlere quadratische Abweichung vom Durchschnitt. Haben wir also im allereinfachsten Fall zwei Meßergebnisse a und b , so beträgt ihr Mittelwert

$$m = \frac{a + b}{2}$$

und ihre Varianz

$$v = \frac{|a - m|^2 + |b - m|^2}{2}.$$

Nehmen Sie im Folgenden an, daß es sich (wo nicht ausdrücklich anders angegeben) stets um Schaltungen für dreistellige Dualzahlen der Form $x = (x_2, x_1, x_0)$ handelt, und bemühen Sie sich bitte um übersichtliche Zeichnungen (z. B. durch Verwendung von Schienendarstellungen)!

- (a) Beim Kramen in Ihrem alten Elektronikbastelkasten entdecken Sie fünf Volladdierer, zwei Halbaddierer und zwei Oder-Gatter. Realisieren Sie damit eine einfache Schaltung H zur Berechnung des Mittelwertes zweier sechsstelliger Dualzahlen (wobei die üblichen Rundungsregeln verwendet werden sollen, d. h. Rest < 0.5 : abrunden; Rest ≥ 0.5 : aufrunden)!

(6 P.)

- (b) Zum bestandenen Vordiplom in Rechnerstrukturen bekommen Sie einen ganzen Sack mit Volladdierern geschenkt. Da Sie außerdem nach intensivem Suchen auf drei intakte Und-Gatter gestoßen sind, können Sie damit jetzt die Schaltung eines Quadrierwerkes für dreistellige Dualzahlen angeben, das auf dem Konzept der sog. Combinational Array Multiplier beruht. In der Vorlesung haben Sie ein derartiges Multiplizierwerk für dreistellige Dualzahlen kennengelernt (die beiden Abbildungen unten aus dem Buch von Hayes sollen zur Erinnerung dienen). Geben Sie davon ausgehend eine möglichst einfache Schaltung für ein solches Quadrierwerk Q an, und zwar in Form einer Schienendarstellung mit drei Eingabeschienen (für die dreistellige Dualzahl $x = (x_2, x_1, x_0)$) und sechs Ausgängen für das Ergebnis.

(6 P.)

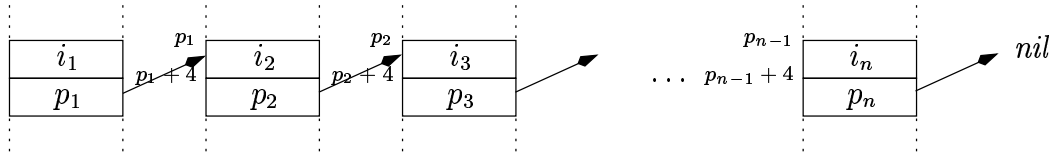
- (c) Als nächstes bauen Sie aus Ihren Volladdierern noch eine (möglichst einfache) Schaltung A , die auf Volladdierererebene aus vier Stufen besteht und für zwei dreistellige Dualzahlen a und b den Abstand $|a - b|$ berechnet. Hierzu sollten Sie sich u.a. überlegen, ob und wie man die Eingabezahlen in ihr Zweierkomplement überführen sollte, bevor man den Wert $a - b$ berechnet und davon dann den Betrag bildet. Beachten Sie hierbei, daß man Volladdierer auch als Inverter nutzen kann!

(6 P.)

- (d) Fügen Sie abschließend sämtliche Einzelteile zu einem Varianzwerk für dreistellige Dualzahlen zusammen. Es genügt, wenn Sie die bisher konstruierten Schaltungen für Halbier-, Quadrier- und Abstandswerke als “black boxes” H , Q und A mit den jeweiligen Ein- und Ausgängen darstellen. (4 P.)

Aufgabe 3: Assembler (10 Punkte)

Eine (einfach) verkettete Integer-Liste der Länge n mit Inhalt $i_1 \dots i_n$ habe die folgende Struktur:



Die i_j bzw. p_j sind dabei jeweils zwei im Speicher aufeinanderfolgende 32-bit-Worte, wobei das erste Wort den Inhalt des Listenelements, das zweite Wort aber die Adresse auf das nachfolgende Listenelement enthält. Insgesamt belegt also ein Listenelement 8 aufeinanderfolgende Bytes. Das Listenelement nil existiert eigentlich nicht, hat aber die Adresse $0x0$ (d.h. für das letzte Listenelement n gilt $p_n = 0x0$).

Ihre Aufgabe besteht nun darin, in WE32100-Assembler eine (ausreichend kommentierte!!!) Prozedur zu implementieren, die das maximale Element der Liste herausfindet. Als Ergebnis soll die Funktion wahlweise die Adresse a auf das entsprechende Listenelement oder den Wert w selber zurückgeben.

Weitere Erläuterungen:

- Der Prozedur müssen also zwei Parameter übergeben werden: die Anfangsadresse der Liste und ein Wort, das anzeigt, ob a oder w zurückgegeben werden soll. Im ersten Fall soll $0x0$, im zweiten Fall $0x1$ übergeben werden.

Folgendes Programmfragment beschreibt die Parameterübergabe:

Label	Programm	Kommentar
	\vdots	
	PUSHW ADDRESS	Adresse auf Stack
	PUSHW &0x0	0x0 (oder 0x1) auf Stack
	CALL -8(%sp), max	Prozedur aufrufen
	\vdots	

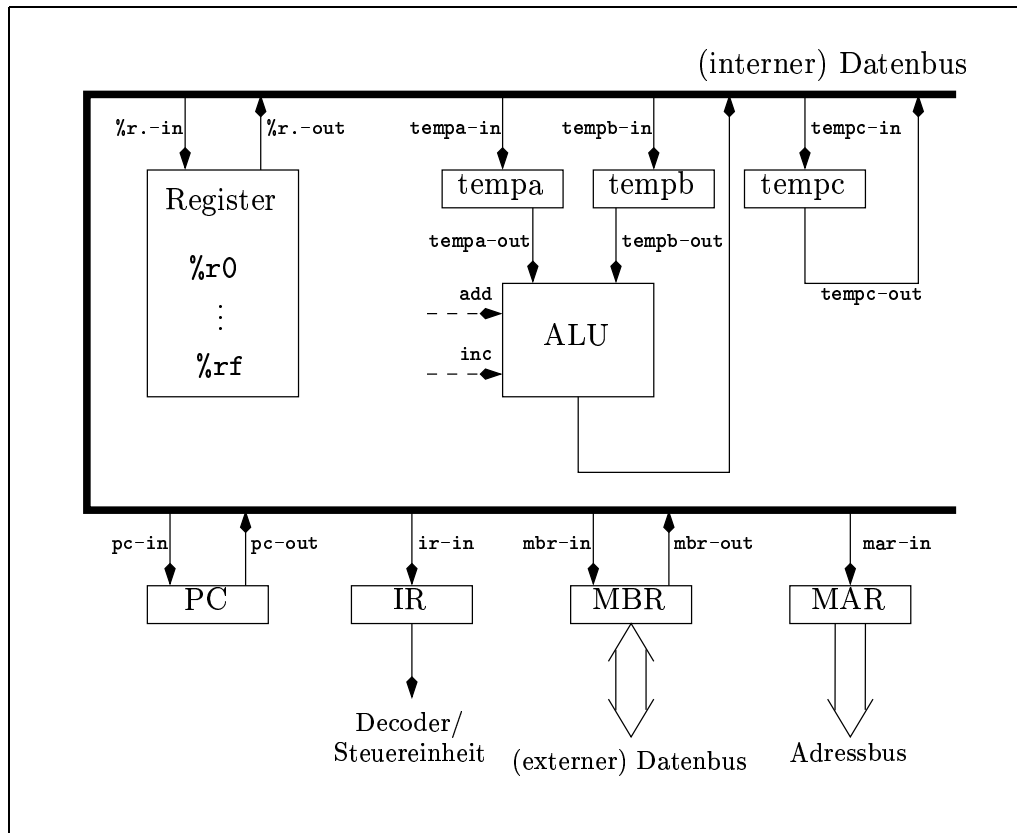
- Als Hilfs- bzw. lokale Variablen sollen nur Register verwendet werden. Ergreifen Sie also die bekannten Schutzmaßnahmen, um die betroffenen Registerinhalte des aufrufenden Programms zu schützen.
- Das Ergebnis soll im Argumentbereich auf dem Stack an Stelle der Anfangsadresse zurückgegeben werden.
- Auf der nächsten Seite finden Sie eine dem Buch von Oberschelp entnommene Zusammenstellung der wichtigsten Assemblerbefehle des WE32100.

Die wichtigsten Assemblerbefehle des WE32100:

Aufgabe 4: Mikroprogrammierung (15 Punkte)

Wir betrachten im folgenden den Befehl `MOVEW 0x3F(%r0), (%r1)`.

- (a) Um welche Adressierungsart (bekannt vom WE32100) handelt es sich hier beim ersten Operanden? Erläutern Sie diese und zeigen Sie an einem typischen Beispiel, wie diese Adressierungsart bei der Implementierung höherer Programmiersprachen (wie Pascal oder C) Verwendung finden könnte! (3 P.)
- (b) Schreiben Sie zu dem Befehl ein Mikroprogramm. Die Struktur des zugrundezulegenden Prozessors ist in der Abbildung gegeben. Es handelt sich im Wesentlichen um die aus der Vorlesung bekannte vereinfachte interne Struktur des WE32100. Wie ebenfalls bekannt, hat



jedes Register Steuerleitungen `x-in` bzw. `x-out`. Die ALU besitzt (u.a.) zwei Steuerleitungen `add` und `inc`, die die Addition von `tempa` und `tempb` bzw. das Inkrementieren von `tempa` bewirken. Der Mikrobefehl `wait for RCS` bewirkt, daß der Prozessor wartet, bis eine Speicheranfrage (`read`) beantwortet ist. Zusätzlich steht natürlich noch ein Steuersignal `write` zur Verfügung.

Die Fetchphase ist bereits vorgegeben. Gehen Sie davon aus, daß die Befehlsdekodierung wie auch die Entschlüsselung der Adressierungsarten bereits mit der Fetchphase abgeschlossen ist, d.h. das Mikroprogramm braucht wirklich nur die Schritte auszuführen, die zur konkreten Realisierung des Befehls nötig sind. Gehen Sie weiterhin davon aus, daß der Operand `0x3f` sich an der Stelle im Speicher befindet, auf den der PC nach der Fetch-Phase zeigt.

Schritt	Aktion (Steuersignale)
1	PC-out; MAR-in; read; tempa-in;
2	tempa-out; inc; tempc-in;
3	tempc-out; PC-in; wait-for-RCS;
4	MBR-out; IR-in;
⋮	

Ihre Aufgabe besteht nun darin, das Mikroprogramm ab der 5. Zeile zu vervollständigen. Beachten Sie, daß hierzu etwa 11 zusätzliche Mikroprogrammschritte notwendig sind !

(12 P.)

Aufgabe 5: Knightrider-Zähler (20 Punkte)

Gegeben sei ein Haus, bestehend aus Erdgeschoß, sieben Stockwerken und – zugegeben etwas altmodisch – einem (vereinfachten) Paternoster-Aufzug. Ein derartiger Lift besteht aus Kabinen, die – im Erdgeschoß startend – der Reihe nach alle Stockwerke bis zum siebten anfahren, dort kehrtmachen und wiederum der Reihe nach in allen Stockwerken anhalten, bis sie wieder im Erdgeschoß sind und die Tour von neuem beginnen. Im Rahmen einer Modernisierungskampagne sollen nun die Kabinen mit einer Stockwerksanzeige versehen werden.

Hierzu bezeichne die dreistellige Dualzahl $x = (x_2x_1x_0)_2$ die Nummer des aktuell besuchten Stockwerks (Erdgeschoß = 0, oberste Etage = 7), ferner sei y eine einstellige Dualzahl, die angibt, ob der Lift gerade nach oben ($y = 0$) oder nach unten ($y = 1$) fährt.

- Sei $F : B^4 \rightarrow B^3$ mit $F(x, y) = (f_2(x, y), f_1(x, y), f_0(x, y))$ die Schaltfunktion, die bei Eingabe des aktuellen Stockwerks x und der aktuellen Fahrtrichtung y die Nummer des als nächstes angefahrenen Stockwerks berechnet. Geben Sie die zu F gehörende Funktionstabelle an! (3 P.)
- Vereinfachen Sie die drei Booleschen Funktionen f_2, f_1 und f_0 mit Hilfe von Karnaugh-Diagrammen so weit wie möglich! Nutzen Sie dabei evtl. auftretende “Don’t Cares” möglichst geschickt aus! (6 P.)
- In der Vorlesung haben Sie das Konzept der PLAs kennengelernt. Skizzieren Sie kurz, welche Vorteile es hat, Schaltungen mit Hilfe von PLAs zu implementieren. Geben Sie dann ein punktorientiertes PLA für die Berechnung von f_2, f_1 und f_0 an, bei dem Und- und Oder-Ebene strikt getrennt sind, und zeigen Sie abschließend, wie man es durch Faltung noch etwas verkleinern kann! (6 P.)
- Wie sieht eine getaktete Schaltung (der sog. “Knightrider-Zähler”) aus, die in jedem Takt das von unserem Paternoster als nächstes angefahrte Stockwerk $x = (x_2x_1x_0)_2$ berechnet, also in der Reihenfolge $\{0,1,2,3,4,5,6,7,6,5,4,3,2,1,0,1,2,3,\dots\}$ auf- und abzählt? Benutzen Sie hierzu das Schaltnetz aus Teil (c) als “black box” Z mit vier Ein- und drei Ausgängen (siehe Abbildung links) und verwenden Sie außerdem vier Speicherelemente (für x_2, x_1, x_0 und y) sowie drei Und- bzw. Oder-Gatter und beliebig viele Inverter! Beachten Sie, daß die Gatter beliebig hohes Fan-In aufweisen können. (5 P.)

Viel Erfolg!!!