

Aufgabenblatt 1

Lineare Algebra I für Informatiker, Dr. Timo Hanke, SS 2007

Für Matrikelnummer: 273784

Abgabezeitpunkt: Do 19 Apr 2007 08:00:00 CEST

Dieses Blatt wurde erstellt: Sa 14 Apr 2007 17:21:54 CEST

Dieses Blatt geht in die Wertung für die Klausurzulassung ein. Die erste Übung findet am Montag, dem 16.12., statt. Versuchen Sie, bereits vor der Übung so viele Aufgaben wie möglich zu lösen, und stellen Sie dann am Montag geeignete Fragen, die Ihnen bei den ungelösten Aufgaben weiterhelfen. Auf diese Weise profitieren Sie am meisten von der Übung!																																																																												
9	Es seien $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow A$ beliebige Abbildungen zwischen den Mengen A und B . Sind die folgenden Aussagen für alle solchen Abbildungen richtig?																																																																											
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Ist $g \circ f = \text{id}_A$, so ist g surjektiv.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Ist $g \circ f = \text{id}_A$, so ist f bijektiv.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> </table>	Ist $g \circ f = \text{id}_A$, so ist g surjektiv.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Ist $g \circ f = \text{id}_A$, so ist f bijektiv.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																							
Ist $g \circ f = \text{id}_A$, so ist g surjektiv.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
Ist $g \circ f = \text{id}_A$, so ist f bijektiv.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
10	Es sei K ein beliebiger Körper. Kreuzen Sie bei den folgenden Fragen "Ja" nur an, wenn die Aussage für jeden Körper K gilt. Wenn es auch nur einen Körper gibt, für den die Aussage nicht gilt, müssen Sie "Nein" ankreuzen. Für alle $a, b \in K$ führen wir $a - b$ als Abkürzung für $a + (-b)$ ein, und ab als Abkürzung für $a \cdot b$.																																																																											
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Die Abbildung $K \rightarrow K, x \mapsto x + x + x$ ist bijektiv.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Sind $a, b \in K$ und $(a - b)^2 = 0$, so ist $a = b$.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Die Gleichung $x \cdot a + x = -1$ hat für jedes $a \in K$ eine Lösung $x \in K$.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Ist $a \in K$ und $a^2 = 1$, so folgt $a = 1$ oder $a = -1$.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> </table>	Die Abbildung $K \rightarrow K, x \mapsto x + x + x$ ist bijektiv.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Sind $a, b \in K$ und $(a - b)^2 = 0$, so ist $a = b$.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Die Gleichung $x \cdot a + x = -1$ hat für jedes $a \in K$ eine Lösung $x \in K$.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Ist $a \in K$ und $a^2 = 1$, so folgt $a = 1$ oder $a = -1$.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																			
Die Abbildung $K \rightarrow K, x \mapsto x + x + x$ ist bijektiv.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
Sind $a, b \in K$ und $(a - b)^2 = 0$, so ist $a = b$.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
Die Gleichung $x \cdot a + x = -1$ hat für jedes $a \in K$ eine Lösung $x \in K$.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
Ist $a \in K$ und $a^2 = 1$, so folgt $a = 1$ oder $a = -1$.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
11	Gegeben ist der Körper \mathbb{F}_4 mit vier Elementen $0, 1, a, b$ und den Verknüpfungstabellen:																																																																											
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">+</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> </tr> </table> </td> <td style="padding: 0 10px; vertical-align: middle;">und</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">·</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 5px;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Gilt $a^{-1} = a$?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Gilt $-a = a$?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Welches Element ist b^{1001} ?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> 0 / <input type="radio"/> 1 / <input type="radio"/> a / <input type="radio"/> b</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Ist die Abbildung $\mathbb{F}_4 \rightarrow \mathbb{F}_4, x \mapsto x^2$ bijektiv?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: top; padding: 5px;">12</td> <td style="padding: 5px;"> Sei $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 2 \\ 1 \leq j \leq 3}} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & -1 \\ -1 & 9 & -4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$. </td> </tr> <tr> <td></td> <td style="padding: 5px;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">A ist die erweiterte Koeffizientenmatrix eines inhomogenen linearen Gleichungssystems.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$a_{11} + a_{23} = a_{21} + a_{22}$</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Die Matrix A hat 3 Zeilen und zwei Spalten.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Jede Lösung des homogenen linearen Gleichungssystems mit Koeffizientenmatrix A ist auch eine Lösung der Gleichung $10x_1 + 21x_2 - 9x_3 = 0$.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> </table> </td> </tr> </table>	<table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">+</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> </tr> </table>	+	0	1	a	b	0	0	1	a	b	1	1	0	b	a	a	a	b	0	1	b	b	a	1	0	und	<table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">·</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> </tr> </table>	·	0	1	a	b	0	0	0	0	0	1	0	1	a	b	a	0	a	b	1	b	0	b	1	a		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Gilt $a^{-1} = a$?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Gilt $-a = a$?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Welches Element ist b^{1001} ?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> 0 / <input type="radio"/> 1 / <input type="radio"/> a / <input type="radio"/> b</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Ist die Abbildung $\mathbb{F}_4 \rightarrow \mathbb{F}_4, x \mapsto x^2$ bijektiv?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> </table>	Gilt $a^{-1} = a$?	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Gilt $-a = a$?	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Welches Element ist b^{1001} ?	<input type="radio"/> 0 / <input type="radio"/> 1 / <input type="radio"/> a / <input type="radio"/> b	Ist die Abbildung $\mathbb{F}_4 \rightarrow \mathbb{F}_4, x \mapsto x^2$ bijektiv?	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	12	Sei $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 2 \\ 1 \leq j \leq 3}} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & -1 \\ -1 & 9 & -4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$.		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">A ist die erweiterte Koeffizientenmatrix eines inhomogenen linearen Gleichungssystems.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$a_{11} + a_{23} = a_{21} + a_{22}$</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Die Matrix A hat 3 Zeilen und zwei Spalten.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Jede Lösung des homogenen linearen Gleichungssystems mit Koeffizientenmatrix A ist auch eine Lösung der Gleichung $10x_1 + 21x_2 - 9x_3 = 0$.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> </table>	A ist die erweiterte Koeffizientenmatrix eines inhomogenen linearen Gleichungssystems.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	$a_{11} + a_{23} = a_{21} + a_{22}$	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Die Matrix A hat 3 Zeilen und zwei Spalten.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Jede Lösung des homogenen linearen Gleichungssystems mit Koeffizientenmatrix A ist auch eine Lösung der Gleichung $10x_1 + 21x_2 - 9x_3 = 0$.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein
<table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">+</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> </tr> </table>	+	0	1	a	b	0	0	1	a	b	1	1	0	b	a	a	a	b	0	1	b	b	a	1	0	und	<table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">·</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">b</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">a</td> </tr> </table>	·	0	1	a	b	0	0	0	0	0	1	0	1	a	b	a	0	a	b	1	b	0	b	1	a																								
+	0	1	a	b																																																																								
0	0	1	a	b																																																																								
1	1	0	b	a																																																																								
a	a	b	0	1																																																																								
b	b	a	1	0																																																																								
·	0	1	a	b																																																																								
0	0	0	0	0																																																																								
1	0	1	a	b																																																																								
a	0	a	b	1																																																																								
b	0	b	1	a																																																																								
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Gilt $a^{-1} = a$?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Gilt $-a = a$?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Welches Element ist b^{1001} ?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> 0 / <input type="radio"/> 1 / <input type="radio"/> a / <input type="radio"/> b</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Ist die Abbildung $\mathbb{F}_4 \rightarrow \mathbb{F}_4, x \mapsto x^2$ bijektiv?</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> </table>	Gilt $a^{-1} = a$?	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Gilt $-a = a$?	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Welches Element ist b^{1001} ?	<input type="radio"/> 0 / <input type="radio"/> 1 / <input type="radio"/> a / <input type="radio"/> b	Ist die Abbildung $\mathbb{F}_4 \rightarrow \mathbb{F}_4, x \mapsto x^2$ bijektiv?	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																			
Gilt $a^{-1} = a$?	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
Gilt $-a = a$?	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
Welches Element ist b^{1001} ?	<input type="radio"/> 0 / <input type="radio"/> 1 / <input type="radio"/> a / <input type="radio"/> b																																																																											
Ist die Abbildung $\mathbb{F}_4 \rightarrow \mathbb{F}_4, x \mapsto x^2$ bijektiv?	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
12	Sei $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 2 \\ 1 \leq j \leq 3}} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & -1 \\ -1 & 9 & -4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$.																																																																											
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">A ist die erweiterte Koeffizientenmatrix eines inhomogenen linearen Gleichungssystems.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$a_{11} + a_{23} = a_{21} + a_{22}$</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Die Matrix A hat 3 Zeilen und zwei Spalten.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Jede Lösung des homogenen linearen Gleichungssystems mit Koeffizientenmatrix A ist auch eine Lösung der Gleichung $10x_1 + 21x_2 - 9x_3 = 0$.</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;"><input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein</td> </tr> </table>	A ist die erweiterte Koeffizientenmatrix eines inhomogenen linearen Gleichungssystems.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	$a_{11} + a_{23} = a_{21} + a_{22}$	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Die Matrix A hat 3 Zeilen und zwei Spalten.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein	Jede Lösung des homogenen linearen Gleichungssystems mit Koeffizientenmatrix A ist auch eine Lösung der Gleichung $10x_1 + 21x_2 - 9x_3 = 0$.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																			
A ist die erweiterte Koeffizientenmatrix eines inhomogenen linearen Gleichungssystems.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
$a_{11} + a_{23} = a_{21} + a_{22}$	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
Die Matrix A hat 3 Zeilen und zwei Spalten.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											
Jede Lösung des homogenen linearen Gleichungssystems mit Koeffizientenmatrix A ist auch eine Lösung der Gleichung $10x_1 + 21x_2 - 9x_3 = 0$.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein																																																																											

	Die Lösungsmenge des homogenen linearen Gleichungssystems mit Koeffizientenmatrix A ist eine Teilmenge von \mathbb{R}^3 .	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein
13	Die Koeffizienten der Matrizen in den folgenden Aufgaben seien alle aus \mathbb{R} .	
	Sei A in Zeilenstufenform und seien die i -te und j -te Zeile für $i \neq j$ verschieden. Vertauscht man die i -te und j -te Zeile, so erhält man eine Matrix, die keine Zeilenstufenform hat.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein
	Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ lässt sich durch elementare Zeilentransformationen auf eine Zeilenstufenform mit zwei Nullzeilen bringen.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein
	Die Matrizen $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 16 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ gehen durch eine einzelne elementare Zeilenumformung auseinander hervor.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein
	Die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ist in Zeilenstufenform.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein
	Sei A eine Matrix in Zeilenstufenform und habe A weniger Zeilen als Spalten. Dann kann A keine Nullzeile haben.	<input type="radio"/> Ja / <input type="radio"/> Nein
Die folgenden beiden Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten.		
14	<p>a) Es sei K ein Körper. Beweisen Sie die folgenden Aussagen. Verwenden Sie dabei nur die Körperaxiome, die Folgerungen (0.13) aus der Vorlesung, und diejenigen Aufgabenteile, die sie bereits bewiesen haben.</p> <p>(i) $-a = (-1) \cdot a$ für alle $a \in K$.</p> <p>(ii) $-(-a) = a$ für alle $a \in K$.</p> <p>(iii) Gilt $a \cdot b = 1$ mit $a, b \in K$, so ist $b = a^{-1}$.</p> <p>(iv) Sei $0 \neq a \in K$. Dann ist $(a^{-1})^{-1} = a$.</p> <p>(v) Gilt für ein $b \in K$, dass $a \cdot b = a$ ist für alle $a \in K$, so ist $b = 1$.</p> <p>(vi) Gilt $a^2 = a$ mit $a \in K$, so ist $a = 1$ oder $a = 0$.</p> <p>(vii) $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$ für alle $a, b \in K$.</p> <p>b) Gibt es einen Körper K, in dem für alle $a, b \in K$ gilt : wenn $a + b = 1$, dann $a = 1$ oder $b = 1$?</p>	

15 a) Gegeben sei das folgende homogene lineare Gleichungssystem über dem Körper \mathbb{Q} .

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

Bestimmen Sie die Lösungsmenge unter Verwendung von Gauß-Algorithmus und Rückwärtssubstitution.

b) Sei $a \in \mathbb{Q}$ eine beliebige Konstante. Für welche Werte von a hat das folgende homogene lineare Gleichungssystem über \mathbb{Q} nicht-triviale Lösungen?

$$ax_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + ax_3 = 0$$

Falls nötig, können Sie bei der Berechnung eine geeignete Fallunterscheidung für a machen.

Abgabe bis spätestens Donnerstag, 19. April 2007, um 8 Uhr. Nach diesem Zeitpunkt sehen Sie bei erneutem Aufruf des Blattes die Auswertung der online-Fragen. Bitte werfen Sie die schriftlichen Lösungen in den Kasten auf dem Flur des 2. Stocks im Sammelbau, Templergraben 64 in das Fach mit Ihrer Gruppennummer und der Aufschrift "LA I für Inf.". Bitte **heften** Sie die Blätter zusammen (keine Büroklammern) und schreiben Sie unbedingt Ihre Gruppennummer, Ihre Matrikelnummer und Ihren Namen oben rechts auf das erste Blatt.