ALGEBRAISCHE STRUKTUREN

Assoziativ	(a+b)+c = a+(b+c)	Halbgruppe	Monoid	Gruppe (G,+)	Abelsche Gruppe (G,+)	Ring	Kommutativer Ring	Kommutativer Ring mit Eins	Körper
Neutrales El.	a+0 = 0+a = a								
Inverses El.	a+(-a) = (-a)+a = 0								
Kommutativ	a+b = b+a								
Distributiv Distributiv	a(b+c) = ab+ac (b+c)a = ba+ca								
Assoziativ	(ab)c = a(bc)		Abelsche Gruppe (G,*)						
Kommutativ	ab = ba								
Neutrales El.	a*1 = 1*a = a								
Inverses	$a*a^{-1} = a^{-1}*a = 1$								

Bsp. Komm.Ring mit Eins: Z oder Z/pZ wobei p eine Primzahl ist.
(Warum Primzahl: Es muss gelten: ab=0 also $b = 1b = a*a^{-1}*b = a^{-1}*0 = 0$.
Z/6Z hat aber Nullteiler 2*3=0 und weder 2 noch 3 ist gleich Null.)

Für **Vektorräume** über einem Körper K gilt folgendes Nachzuweisen:
1.-4. Vektorraum V mit u,v,w ι V ist eine kommutative Gruppe bzgl.Addition.
5. k(u+v) = ku +kv
6. (k+l)u = ku + lu
7. kl(u) = k(lu)
8. 1u = u

Für **Module** über einem Ring R gelten dieselben Gesetze wie für den Vektorraum über K.
Ein Modul kann so analog zu einem Vektorraum über R verstanden werden.

Für **Untervektorräume** W gilt:
W ≅ Ø (oder 0ιW)
1. Wenn v,w ι W dann auch v+w ι W
2. kv ι W

Direkte Summe
1. V = U+W
2. U∩W={0}

Dimension
U,W ιV
dim U + dimW = dim(U∩W) + dim (U+W)
dimU + dim W = dim V wenn V=UIW
Dim V/T = dim V – dim T
T≤V: dim T ≤ dim V
Isomorphismus: dim V = dim W
α : V → W linear: dim (Bild(α)) + dim (Kern(α)) = dim V
Bild (α) = V/Kern(α)
Dim (Bild(α) = dim (V/Kern(α) = dimV –dim(Kern(α))
Rg(A) = dim (Bild(Ā))