

Einführung in die Stochastik für Studierende der Informatik

3. Übung

Ausgabetermin: Donnerstag, den 03.05.2007

Übungstermin: Donnerstag, den 10.05.2007, 14.00 - 14.45, Fo 2

Aufgabe 10

In K. gibt es drei Eiscafes. Zur Analyse der Abhängigkeit von Temperatur und verkaufter Eismenge hat Herr S., Besitzer von Eiscafe A, in jedem der letzten fünf Jahre erhoben, an wie vielen Tagen die Höchsttemperatur in K. 25 Grad Celsius überstieg (x_1, \dots, x_5) und wieviel Eis (in kg) durchschnittlich pro Tag verkauft wurde (y_1, \dots, y_5) . Die Daten sind in folgender Tabelle dargestellt.

i	1	2	3	4	5
x_i	35	24	42	34	15
y_i	18	12	22	19	9

In Eiscafe B bzw. C wurden in den letzten fünf Jahren pro Tag durchschnittlich die Eismengen v_1, \dots, v_5 bzw. w_1, \dots, w_5 verkauft, wobei für Konstanten $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ die Beziehungen $v_i = ay_i + b$ und $w_i = cy_i + d$ ($i \in \{1, \dots, 5\}$) gelten. Es ist bekannt, dass $s_{xv} = 89.2$, $s_w = \sqrt{142.5}$, $\bar{v} = 19$, $\bar{w} = 25$ und $r_{xw} = r_{xy}$.

Berechnen Sie die Koeffizienten a, b, c, d und ermitteln Sie die Eismengen v_1, \dots, v_5 sowie w_1, \dots, w_5 .

Aufgabe 11

Herr S. (aus Aufgabe 10) möchte feststellen, ob das Verteilen von Werbe-Handzetteln einen positiven Einfluss auf die Eisnachfrage hat. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl der verteilten Handzettel (Merkmal X) und dem Umsatz (Y) soll aufgrund der vorliegenden Daten mittels linearer Regression untersucht werden.

Woche i	1	2	3	4	5	6
Anz. Handzettel x_i	240	150	350	260	0	200
Umsatz [Euro] y_i	18250	16000	18000	17000	13000	13750

- Bestimmen Sie die Regressionsgerade $\hat{f}(x) = \hat{a} + \hat{b}x$, $x \in \mathbb{R}$.
- Berechnen Sie die Residuen $e_i = y_i - \hat{f}(x_i)$ und die minimale Abweichungssumme $Q(\hat{a}, \hat{b}) = \sum_{i=1}^6 e_i^2$.
- Zeichnen Sie die Originaldaten und die Regressionsgerade $\hat{f}(x)$ in ein Diagramm. Stellen Sie auch die Residuen e_i in dieser Zeichnung graphisch dar.

Aufgabe 12

In K. gibt es fünf Hotels. Die jeweiligen Entfernungen (in km) zum Stadtzentrum seien mit x_i bezeichnet. Einem Stadtplan von K. sind folgende Informationen zu entnehmen:

i	1	2	3	4	5
x_i	0,02	0,1	0,25	1,1	1,5

Desweiteren seien y_i die Preise (in Euro) für eine Übernachtung im Doppelzimmer und z_i die durchschnittliche Anzahl von Reservierungsanfragen pro Tag. Mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate wurden folgende Regressionsgeraden bestimmt:

$$\hat{y}(x) = 120 - 60x$$

$$\hat{x}(y) = 2 - \frac{1}{60}y$$

$$\hat{z}(x) = 4 + 2x$$

Berechnen Sie \bar{y} , s_y , r_{xy} und B_{xy} .

Aufgabe 13

Ein Statistiker hat bei einer Untersuchung folgende Paare (x_i, y_i) von Messwerten erhalten:

i	1	2	3	4	5	6	7
x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	5	6	8	14	15	20	21

Bestimmen Sie mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate die Koeffizienten \hat{a} , \hat{b} der durch den Punkt $(x_0, y_0) = (0, 1)$ verlaufenden Regressionsgerade $\hat{f}(x) = \hat{a} + \hat{b}x$.