- **Siebformel von Poincare-Sylvester**:

$$P\Big(\bigcup_{k=1}^n A_k\Big) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} \sum_{1\le i_1<\ldots<i_k\le n} P\Big(\bigcap_{j=1}^k A_{i_j}\Big)$$
$$= \sum_{k=1}^n P(A_k) - \sum_{1\le i_1<i_2\le n} P(A_{i_1}\cap A_{i_2}) + - \cdots + (-1)^{n+1} P\Big(\bigcap_{k=1}^n A_k\Big)$$

- **Bonferroni-Ungleichung**:

$$\sum_{k=1}^n P(A_k) - \sum_{1\le i_1<i_2\le n} P(A_{i_1}\cap A_{i_2}) \;\le\; P\Big(\bigcup_{k=1}^n A_k\Big) \;\le\; \sum_{k=1}^n P(A_k).$$

- Falls $B_n,\ n\in\mathbb{N}$, eine Partition von Ω bildet, gilt

  a) **Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit**: $P(A) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A|B_n)\cdot P(B_n)$

  b) **Bayes-Formel**: $P(B_n|A) = \dfrac{P(A|B_n)\cdot P(B_n)}{\sum_{j=1}^{\infty} P(A|B_j)\cdot P(B_j)}$, falls $P(A)>0$.

- **Limes superior und inferior:** $\limsup\limits_{n\to\infty} A_n = \bigcap_{k=1}^{\infty}\bigcup_{n=k}^{\infty} A_n$, $\quad \liminf\limits_{n\to\infty} A_n = \bigcup_{k=1}^{\infty}\bigcap_{n=k}^{\infty} A_n$

- **Borel-Cantelli-Lemma**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) < \infty \implies P\big(\limsup_{n\to\infty} A_n\big) = 0.$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) = \infty \implies P\big(\limsup_{n\to\infty} A_n\big) = 1, \text{ vorausgesetzt} \{A_n\}_{n\in\mathbb{N}} \text{ ist s.u.}$$

- $S := \min\{n\in\mathbb{N} \mid X_n \in B\}$ heißt **erste Eintrittszeit** in B.
  Falls X_i i.i.d., gilt $S-1 \sim \mathrm{Geo}(p)$ mit $p = P(X_1\in B)$.
- **Poisson-Prozess**: $X_i \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$, i.i.d., $\lambda>0$

$$N(t) = \max\Big\{n\in\mathbb{N}_0 \mid \sum_{i=1}^n X_i \le t\Big\} = \Big|\Big\{n\in\mathbb{N} \mid \sum_{i=1}^n X_i \le t\Big\}\Big| \sim \mathrm{Poi}(\lambda t),\ t\ge 0$$

Transformationssatz für Dichten: $X=(X_1,\ldots,X_n)$ mit Dichte f_X. $M\subseteq\mathbb{R}^n$ offen mit $f(x)=0\ \forall\, x\in M^C$. T meßbare Abbildung, $\tilde{T} = T|_M$. Unter geeigneten Voraussetzungen (s. Vorl.) gilt

$$f_Y(y_1,\ldots,y_n) = \frac{f_X\Big(\widetilde{T}^{-1}(y_1,\ldots,y_n)\Big)\cdot \mathbb{I}_{\widetilde{T}(M)}(y_1,\ldots,y_n)}{\Big|\det\Big(\Big(\frac{\partial \widetilde{T}_i}{\partial x_j}\Big)_{1\le i,j\le n}\Big|_{\widetilde{T}^{-1}(y_1,\ldots,y_n)}\Big)\Big|}$$
$$= \Big|\det\Big(\Big(\frac{\partial \widetilde{T}_i^{-1}}{\partial y_j}\Big)_{1\le i,j\le n}\Big)\Big|\ f_X\Big(\widetilde{T}^{-1}(y_1\ldots,y_n)\Big)\cdot \mathbb{I}_{\widetilde{T}(M)}(y_1,\ldots,y_n).$$

Summe, Produkt und Quotient von stochastisch unabhängigen Zufallsvariablen X_1 und X_2:

- Faltung: $f_{X_1+X_2}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X_1}(t)\cdot f_{X_2}(y-t)\,dt,\ y\in\mathbb{R}$, falls f_{X_1}, f_{X_2} Dichten.
- $f_{X_1\cdot X_2}(y) = \int_0^{\infty} \frac{1}{t} f_{X_1}\left(\frac{y}{t}\right) f_{X_2}(t)\,dt\cdot \mathbb{I}_{(0,\infty)}(y)$ und $f_{\frac{X_1}{X_2}}(y) = \int_0^{\infty} t f_{X_1}(yt) f_{X_2}(t)\,dt\cdot \mathbb{I}_{(0,\infty)}(y)$,
  falls für beide Dichten $f_{X_1}(x), f_{X_2}(x) = 0$ für alle $x\le 0$ gilt.
- $f_{X_1+X_2}(k) = \sum_{i=0}^{k} f_{X_1}(i)\cdot f_{X_2}(k-i),\ k\in\mathbb{N}_0$, für Zähldichten f_{X_1}, f_{X_2} auf $\mathbb{N}_0$.

Erwartungswert: (Die Existenz aller nachfolgenden Erwartungswerte sei vorausgesetzt.)

- $E(g(X)) = \sum_{i=1}^{\infty} g(x_i) f(x_i)$, falls X diskret mit Zähldichte f auf $\{x_1,x_2,\ldots\}$.
- $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x)\,dx$, falls X absolut-stetig mit Dichte f.
- $E(X) = -\int_{-\infty}^{0} F(x)\,dx + \int_0^{\infty} (1-F(x))\,dx$, wobei F die Verteilungsfunktion von X.

Eigenschaften des Erwartungswertes:

- Linearität: $E(aX+bY) = aE(X)+bE(Y)\ \forall\ a,b\in\mathbb{R}$
- Monotonie: $X\le Y \Rightarrow E(X)\le E(Y)$
- $X = \mathbb{I}_A \quad\Rightarrow\quad E(X) = E(\mathbb{I}_A) = P(A)$
- Markoff-Ungleichung: $P(|X|>c) \le \dfrac{E(|X|)}{c} \quad \forall\ c>0$
- X,Y s.u. $\quad\Rightarrow\quad E(X\cdot Y) = E(X)\cdot E(Y)$

Momente:

- k-tes Moment: $E\left(X^k\right)$, $\quad$ k-tes zentrales Moment: $E\left((X-EX)^k\right)$
- Varianz ($k=2$): $\mathrm{Var}(X) = E\left((X-EX)^2\right)$
- Kovarianz: $\mathrm{Cov}(X,Y) = E((X-EX)(Y-EY))$
- Korrelation: $\mathrm{Corr}(X,Y) = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\mathrm{Var}(X)}\sqrt{\mathrm{Var}(Y)}}$

Eigenschaften:

- $\mathrm{Cov}(X,Y) = E(X\cdot Y) - E(X)E(Y)$, $\quad \mathrm{Var}(X) = E\left(X^2\right) - (EX)^2$
- $\mathrm{Var}(aX+b) = a^2\,\mathrm{Var}(X) \quad \forall\ a,b\in\mathbb{R}$
- $\mathrm{Var}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n \mathrm{Var}(X_i) + 2\cdot\sum_{i<j}\mathrm{Cov}(X_i,X_j)$
- Cauchy-Schwarz-Ungleichung: $|\,\mathrm{Cov}(X,Y)| \le \sqrt{\mathrm{Var}(X)\cdot\mathrm{Var}(Y)}$

Erzeugende Funktionen: X sei diskrete ZV mit Träger $T = \{t_0, t_1, \ldots\}$ und Zähldichte f_X.

- $G_X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f_X(t_k) z^k = \sum_{k=0}^{\infty} P(X = t_k) z^k, \ |z| < 1$

Eigenschaften:

- $P(X = t_k) = \frac{1}{k!} G_X^{(k)}(0)$
- $G_{X+Y}(z) = G_X(z) \cdot G_Y(z), \ |z| \leq 1$
- $E(X) = G'(1), \quad \underbrace{E(X \cdot (X-1) \cdots (X-k+1))}_{k\text{-tes faktorielles Moment}} = G^{(k)}(1)$

Laplace-Transformierte: X sei absolut-stetige ZV mit Dichte $f_X(x) = 0$ für alle $x \leq 0$.

- $L_X(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} f_X(x)\, dx, \ s \geq 0$

Eigenschaften:

- $f_X(x) = \lim_{y \to \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-iy}^{c+iy} e^{sx} L_X(s)\, ds \quad \forall\, c \in \mathbb{R}$
- $L_{X+Y}(s) = L_X(s) \cdot L_Y(s), \ s \geq 0$
- $E(X) = -L'(0), \quad E\left(X^k\right) = (-1)^k L^{(k)}(0)$

Bedingte Verteilungen: X, Y ZV mit gemeinsamer (Zähl-)Dichte $f_{(X,Y)}(x, y)$

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f_{(X,Y)}(x,y)}{f_Y(y)}, \quad \text{falls } f_Y(y) > 0$$

X, Y diskret mit Träger $T_{(X,Y)}$

$$\begin{aligned} P(X \in A|Y = y) &= \sum_{x \in T_X} f_{X|Y}(x|y) \\ f_X(x) &= \sum_{y \in T_Y} f_{X|Y}(x|y) f_Y(y) \\ E(g(X)|Y = y) &= \sum_{x \in T_X} g(x) f_{X|Y}(x|y) \\ E(g(X)) &= \sum_{y \in T_Y} E\big(g(X)|Y = y\big) f_Y(y) \end{aligned}$$

X, Y absolut-stetig

$$\begin{aligned} F_{X|Y=y}(x) &= \int_{-\infty}^{x} f_{X|Y}(z|y)\, dz \\ f_X(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{X|Y}(x|y) f_Y(y)\, dy \\ E(g(X)|Y = y) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_{X|Y}(x|y)\, dx \\ E(g(X)) &= \int_{-\infty}^{\infty} E\big(g(X)|Y = y\big) f_Y(y)\, dy \end{aligned}$$

Eine Folge von ZV'en $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ heißt ...

- P-fast sicher konvergent gegen X, $X_n \underset{n \to \infty}{\longrightarrow} X$ P-f.s., wenn
  $$P\Big(\big\{\omega \big| \lim_{n \to \infty} X_n(\omega) = X(\omega)\big\}\Big) \overset{kurz}{=} P\left(\lim_{n \to \infty} X_n = X\right) = 1$$
- P-stochastisch konvergent gegen X, $X_n \underset{n \to \infty}{\longrightarrow} X$ P-stoch., wenn
  $$\lim_{n \to \infty} P(|X_n - X| > \varepsilon) = 0 \quad \forall \varepsilon > 0$$
- verteilungskonvergent gegen X, $X_n \overset{as}{\sim} X$, $X_n \xrightarrow{\mathcal{D}} X$, wenn
  $\lim_{n \to \infty} F_n(x) = F(x)$ für alle Stetigkeitspunkte x von F.

Tschebyscheff-Ungleichung: X ZV mit $\mathrm{Var}(X) < \infty$.

$$P\big(|X - E(X)| > \varepsilon\big) \leq \frac{\mathrm{Var}(X)}{\varepsilon^2} \quad \forall\, \varepsilon > 0$$

Starkes Gesetz großer Zahlen (SGGZ):
$\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ Folge von ZV, X_n paarweise unkorreliert, $\mathrm{Var}(X_n) \leq M < \infty$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Dann gilt

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - EX_i) \overset{n \to \infty}{\longrightarrow} 0 \quad \text{P-fast sicher.}$$

Zentraler Grenzwertsatz (ZGWS): $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ Folge von ZV, X_n i.i.d, $\mu = E(X_n)$, $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X_n) > 0$. Dann gilt

$$\frac{1}{\sigma \sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu) \overset{as}{\sim} \mathrm{N}(0, 1) \quad \text{für} \quad n \to \infty.$$

Maximum-Likelihood-Schätzer: $f(x_1, \ldots, x_n \mid \vartheta)$, $\vartheta \in \Theta$, seien (Zähl-)Dichten.
$L(\vartheta \mid x_1, \ldots, x_n) = f(x_1, \ldots, x_n \mid \vartheta)$ heißt Likelihood-Funktion. $\hat{\vartheta}(x_1, \ldots, x_n)$ heißt Maximum-Likelihood-Schätzer, falls

$$L\big(\hat{\vartheta}(x_1, \ldots, x_n) \mid x_1, \ldots, x_n\big) = \sup_{\vartheta \in \Theta} L\big(\vartheta | x_1, \ldots, x_n\big) \quad \forall\, x_1, \ldots, x_n.$$

Bayes-Schätzer: $\hat{\vartheta}(x)$ sei eine ZV mit (Zähl-)Dichte $f(\vartheta|x) = \frac{f(x,\vartheta)}{f(x)} = \frac{f(x|\vartheta)\pi(\vartheta)}{\int f(x|\vartheta)\pi(\vartheta) d\vartheta}$, wobei $\pi(\vartheta)$ eine (Zähl-) Dichte der a-priori Verteilung und $f(x \mid \vartheta)$ eine (Zähl-) Dichte der beobachteten ZV X ist.
$f(\vartheta|x)$ heißt a-posteriori Verteilung. $E(\hat{\vartheta}(x))$ heißt Bayes-Schätzer von ϑ.

MSE: $H = H(X_1, \ldots, X_n)$ sei ein Schätzer für $g(\vartheta) \in \mathbb{R}$. Der mittlere quadratische Fehler (MSE) erfüllt

$$E_\vartheta\big(H - g(\vartheta)\big)^2 = E_\vartheta(H - E_\vartheta H)^2 + (E_\vartheta H - g(\vartheta))^2 = \mathrm{Var}_\vartheta(H) + (\mathrm{Bias}_\vartheta(H))^2$$

Erwartungstreue: H heißt erwartungstreu für $g(\vartheta)$, wenn $E_\vartheta(H) = g(\vartheta)$ für alle $\vartheta \in \Theta$.

Konfidenzintervalle: $X_1, \ldots, X_n$ seien ZV mit gemeinsamer Verteilung $P_\vartheta^{(X_1, \ldots, X_n)}$, $\vartheta \in \Theta$.
$\big[L(X_1, \ldots, X_n), U(X_1, \ldots, X_n)\big]$ heißt Konfidenzintervall zum Niveau $1 - \alpha$ für $g(\vartheta) \in \mathbb{R}$, falls

$$P_\vartheta\Big(g(\vartheta) \in \big[L(X_1, \ldots, X_n), U(X_1, \ldots, X_n)\big]\Big) \geq 1 - \alpha \quad \forall\, \vartheta \in \Theta.$$

Kombinatorische Grundformeln

Viele Abzählprobleme können auf kombinatorische Formeln zurückgeführt werden, die sich am Beispiel eines Urnenmodells veranschaulichen lassen.

In einer Urne seien N Kugeln, die wir uns von 1 bis N durchnumeriert denken. Nacheinander werden aus der Urne n Kugeln gezogen. Beim Ziehen einer solchen Stichprobe vom Umfang n gibt es zwei Vorgehensweisen:

- **Stichprobe mit Zurücklegen (Stichprobe mit Wiederholung)**
  Nach jeder einzelnen Ziehung wird die gezogene Kugel in die Urne zurückgelegt. Kugeln können also in den n Ziehungen mehrfach gezogen werden.

- **Stichprobe ohne Zurücklegen (Stichprobe ohne Wiederholung)**
  Jede gezogene Kugel wird nach der Ziehung beiseite gelegt und nicht in die Urne zurückgegeben. Eine beliebige Kugel kann bei einer solchen Stichprobe also höchstens einmal auftreten.

Bei der Betrachtung des Ziehungsergebnisses gibt es wiederum zwei Vorgehensweisen:

- **Stichprobe in Reihenfolge (geordnete Stichprobe, Permutation)**
  Das Ergebnis wird durch ein n-Tupel $(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n)$ beschrieben, in dem ω_i die Nummer der bei der i-ten Ziehung gezogenen Kugel angibt, $1 \leq i \leq n$. Die Reihenfolge, in der die Kugeln gezogen werden, ist also von Bedeutung.

- **Stichprobe ohne Reihenfolge (ungeordnete Stichprobe, Kombination)**
  Interessiert nur, welche Kugeln gezogen werden und – falls mit Zurücklegen gezogen wird – wie oft eine Kugel gezogen wurde, so sind alle Stichproben äquivalent, die durch eine Permutation der Stichprobenelemente auseinander hervorgehenq. Wir beschreiben die Stichprobe deshalb durch ein n-Tupel $(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n)$, dessen Einträge der Größe nach geordnet sind, $\omega_1 \leq \omega_2 \leq \ldots \leq \omega_n$. In welcher Ziehung eine Kugel gezogen wurde, ist hier nicht von Bedeutung.

Es ergeben sich also vier unterschiedliche Stichprobenräume, deren Mächtigkeiten wir in folgender Tabelle angeben wollen: (Zusätzlich wollen wir eine alternative Interpretation angeben)

Stichproben vom Umfang n aus $A := \{1, \ldots N\}$	mit Zurücklegen	ohne Zurücklegen	
in Reihenfolge	$\Omega_I = A^n = \{(\omega_1, \ldots, \omega_n) \mid \omega_i \in \{1, \ldots, N\}$ für $1 \leq i \leq n\}$ $\lvert\Omega_I\rvert = N^n$	$\Omega_{II} = \{(\omega_1, \ldots, \omega_n) \in A^n \mid \omega_i \neq \omega_j$ für $i \neq j, 1 \leq i, j \leq n\}$ $\lvert\Omega_{II}\rvert = \frac{N!}{(N-n)!}$	unterscheidbare Murmeln
ohne Reihenfolge	$\Omega_{IV} = \{(\omega_1, \ldots, \omega_n) \in A^n \mid \omega_1 \leq \omega_2 \leq \cdots \leq \omega_n\}$ $\lvert\Omega_{IV}\rvert = \binom{n+N-1}{n}$	$\Omega_{III} = \{(\omega_1, \ldots, \omega_n) \in A^n \mid \omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_n\}$ $\lvert\Omega_{III}\rvert = \binom{N}{n}$	ununterscheidbare Murmeln
	mit Mehrfachbesetzung	ohne Mehrfachbesetzung	Verteilung von n Murmeln auf N Zellen

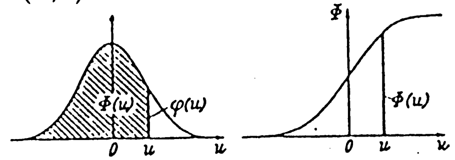
Quelle: Ulrich Krengel,
Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik,
S. 7–10,
Vieweg Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1991

Verteilungsfunktion der Standard–Normalverteilung N(0,1)

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-t^2/2}\,dt; \qquad \Phi(u) = 1 - \Phi(-u)$$

Ablesebeispiel: $\Phi(0{,}76) = 0{,}776373$

N(0,1)–Dichtefkt.



u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	u
0,0	0,500000	0,503989	0,507978	0,511966	0,515953	0,519939	0,523922	0,527903	0,531881	0,535856	0,0
0,1	,539828	,543795	,547758	,551717	,555670	,559618	,563559	,567495	,571424	,575345	0,1
0,2	,579260	,583166	,587064	,590954	,594835	,598706	,602568	,606420	,610261	,614092	0,2
0,3	,617911	,621720	,625516	,629300	,633072	,636831	,640576	,644309	,648027	,651732	0,3
0,4	,655422	,659097	,662757	,666402	,670031	,673645	,677242	,680822	,684386	,687933	0,4
0,5	,691462	,694974	,698468	,701944	,705401	,708840	,712260	,715661	,719043	,722405	0,5
0,6	,725747	,729069	,732371	,735653	,738914	,742154	,745373	,748571	,751748	,754903	0,6
0,7	,758036	,761148	,764238	,767305	,770350	,773373	,776373	,779350	,782305	,785236	0,7
0,8	,788145	,791030	,793892	,796731	,799546	,802337	,805105	,807850	,810570	,813267	0,8
0,9	,815940	,818589	,821214	,823814	,826391	,828944	,831472	,833977	,836457	,838913	0,9
1,0	,841345	,843752	,846136	,848495	,850830	,853141	,855428	,857690	,859929	,862143	1,0
1,1	,864334	,866500	,868643	,870762	,872857	,874928	,876976	,879000	,881000	,882977	1,1
1,2	,884930	,886861	,888768	,890651	,892512	,894350	,896165	,897958	,899727	,901475	1,2
1,3	,903200	,904902	,906582	,908241	,909877	,911492	,913085	,914657	,916207	,917736	1,3
1,4	,919243	,920730	,922196	,923641	,925066	,926471	,927855	,929219	,930563	,931888	1,4
1,5	,933193	,934478	,935745	,936992	,938220	,939429	,940620	,941792	,942947	,944083	1,5
1,6	,945201	,946301	,947384	,948449	,949497	,950529	,951543	,952540	,953521	,954486	1,6
1,7	,955435	,956367	,957284	,958185	,959070	,959941	,960796	,961636	,962462	,963273	1,7
1,8	,964070	,964852	,965620	,966375	,967116	,967843	,968557	,969258	,969946	,970621	1,8
1,9	,971283	,971933	,972571	,973197	,973810	,974412	,975002	,975581	,976148	,976705	1,9
2,0	,977250	,977784	,978308	,978822	,979325	,979818	,980301	,980774	,981237	,981691	2,0
2,1	,982136	,982571	,982997	,983414	,983823	,984222	,984614	,984997	,985371	,985738	2,1
2,2	,986097	,986447	,986791	,987126	,987455	,987776	,988089	,988396	,988696	,988989	2,2
2,3	,989276	,989556	,989830	,990097	,990358	,990613	,990863	,991106	,991344	,991576	2,3
2,4	,991802	,992024	,992240	,992451	,992656	,992857	,993053	,993244	,993431	,993613	2,4
2,5	,993790	,993963	,994132	,994297	,994457	,994614	,994766	,994915	,995060	,995201	2,5
2,6	,995339	,995473	,995604	,995731	,995855	,995975	,996093	,996207	,996319	,996427	2,6
2,7	,996533	,996636	,996736	,996833	,996928	,997020	,997110	,997197	,997282	,997365	2,7
2,8	,997445	,997523	,997599	,997673	,997744	,997814	,997882	,997948	,998012	,998074	2,8
2,9	0,998134	0,998193	0,998250	0,998305	0,998359	0,998411	0,998462	0,998511	0,998559	0,998605	2,9

u	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	u
$\Phi(u)$	$1 - 1{,}350 \cdot 10^{-3}$	$1 - 2{,}326 \cdot 10^{-4}$	$1 - 3{,}167 \cdot 10^{-5}$	$1 - 3{,}398 \cdot 10^{-6}$	$1 - 2{,}867 \cdot 10^{-7}$	$1 - 9{,}866 \cdot 10^{-10}$	$1 - 1{,}280 \cdot 10^{-12}$	$1 - 6{,}221 \cdot 10^{-16}$	$1 - 1{,}129 \cdot 10^{-19}$	$1 - 7{,}620 \cdot 10^{-24}$	$\Phi(u)$

$\Phi(u)$	50 %	60 %	70 %	80 %	90 %	95 %	97,5 %	99 %	99,5 %	99,75 %	99,9 %	99,95 %	$\Phi(u)$
u	0	0,253	0,524	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090	3,291	u

Ausgewählte diskrete und absolut-stetige Verteilungen

	Zähldichte	erzeugende Funktion $E(z^X)$, $0 \le z \le 1$	$E(X)$	$Var(X)$
Binomialverteilung $Bin(n,p),\ n \in \mathbb{N},\ 0 \le p \le 1$	$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k},\ k = 0,1,\dots,n$	$(zp+1-p)^n$	np	$np(1-p)$
geometrische Verteilung $Geo(p),\ 0 < p < 1$	$(1-p)^{k-1}p,\ k \in \mathbb{N}$ $(1-p)^k p,\ k \in \mathbb{N}_0$	$\frac{pz}{1-(1-p)z}$ $\frac{p}{1-z(1-p)}$	$\frac{1}{p}$ $\frac{1-p}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$ $\frac{1-p}{p^2}$
negative Binomialverteilung $\overline{Bin}(r,p),\ r \in \mathbb{N},\ 0 < p < 1$	$\binom{k+r-1}{r-1} p^r (1-p)^k,\ k \in \mathbb{N}_0$	$\left(\frac{p}{1-z(1-p)}\right)^r$	$\frac{r(1-p)}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$
Poissonverteilung $Poi(\lambda),\ \lambda > 0$	$e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!},\ k \in \mathbb{N}_0$	$e^{-\lambda(1-z)}$	λ	λ

	Dichte	Laplace-Transform. $E(e^{-sX})$	$E(X)$	$Var(X)$
Rechteckverteilung $R(a,b),\ a < b \in \mathbb{R}$	$\frac{1}{b-a},\ a \le x \le b$	$\frac{e^{-sa}-e^{-sb}}{s(b-a)},\ s \in \mathbb{R}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Exponentialverteilung $Exp(\lambda),\ \lambda > 0$	$\lambda e^{-\lambda x},\ x \ge 0$	$\frac{\lambda}{\lambda+s},\ s \ge 0$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Γ-Verteilung $\Gamma(\alpha,\lambda),\ \alpha,\lambda > 0$ $\alpha = n$: Erlangvert., $Erl(n,\lambda)$	$\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x},\ x > 0,$ mit $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$ Beachte: $\Gamma(n) = (n-1)!$	$\left(\frac{\lambda}{\lambda+s}\right)^\alpha,\ s \ge 0$	$\frac{\alpha}{\lambda}$	$\frac{\alpha}{\lambda^2}$
Normalverteilung $N(\mu,\sigma^2),\ \mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 > 0$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)},\ x \in \mathbb{R}$	$e^{-s\mu+s^2\sigma^2/2},\ s \in \mathbb{R}$	μ	σ^2