

## 5. Übung zur Einführung in die Stochastik für Informatiker

### Aufgabe 16

Es sei  $(\Omega, \mathfrak{A}, P)$  ein Wahrscheinlichkeitsraum. Die Verteilung einer Zufallsvariablen  $X : (\Omega, \mathfrak{A}) \rightarrow (\mathbb{R}, \mathfrak{B}^1)$ , mit  $X \geq 0$ , heißt *gedächtnislos*, wenn

$$P(X > x + y | X > x) = P(X > y)$$

für alle  $x, y \geq 0$ .

Bestimmen Sie alle gedächtnislosen Verteilungen mit stetiger Verteilungsfunktion.

**Hinweis:** Die Funktionalgleichung  $f(x + y) = f(x)f(y)$ ,  $x, y \geq 0$ , hat für stetiges  $f$  außer der Nullfunktion nur Lösungen der Form  $e^{ax}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

### Aufgabe 17

Berechnen Sie, wenn möglich, einen Parameter  $c$ , so dass die folgenden Funktionen eine Dichte beschreiben und geben Sie die zugehörige Verteilungsfunktion an.

a)

$$h(x) = c x^{\alpha-1} e^{-\lambda x^\alpha} \mathbb{1}_{[0, \infty)}(x) \quad \text{mit Parametern } \alpha, \lambda > 0$$

b)

$$g(x) := \begin{cases} cx, & \text{für } -1 \leq x < 0, \\ \exp(x), & \text{für } 0 \leq x \leq 5, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

### Aufgabe 18

Bei einem Internetprovider wurde festgestellt, dass die Zeit bis zum Ausfall eines stark belasteten Servers (in Stunden) modelliert werden kann durch eine normalverteilte Zufallsvariable mit Parametern  $\mu = 10000$  und  $\sigma = 1000$ .

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt ein Rechner innerhalb der ersten 11550 Stunden, mit welcher Wahrscheinlichkeit schon innerhalb der ersten 7000 Stunden aus?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit läuft ein Rechner noch mindestens 500 Stunden, wenn er bereits 9500 bzw. 11000 Stunden in Betrieb ist?

c) Innerhalb welcher Zeit fällt der Server mit Wahrscheinlichkeit 0.7 aus?

**Hinweis:** Nutzen Sie die Verteilungstabelle auf der Rückseite dieses Blattes. Zeigen Sie, dass für die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung die Symmetrieregeln  $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$  gilt.