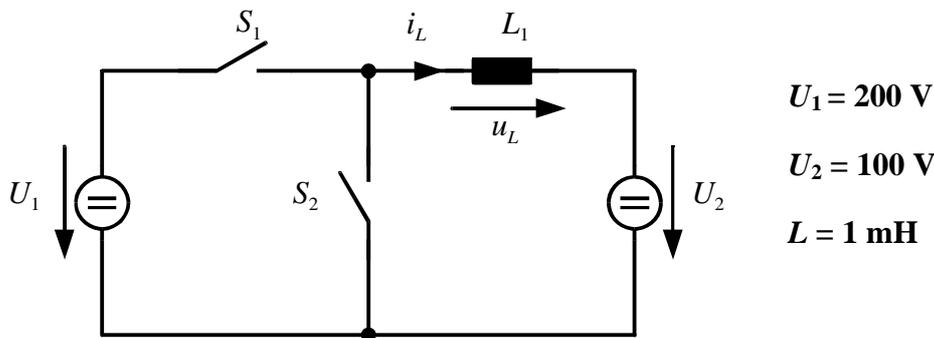


Grundgebiete der Elektrotechnik II – Feedbackaufgabe: Transiente Vorgänge

Aufgabe 1

(15 Punkte)

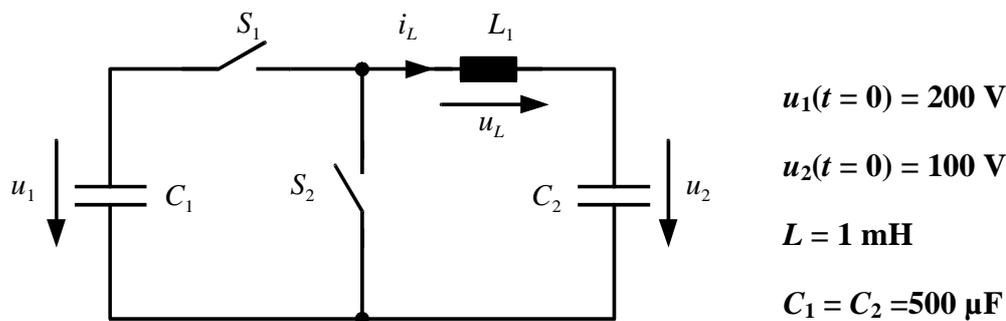
Gegeben sei zunächst folgende Schaltung:



Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei der Strom $i_L = 0$ und beide Schalter offen.

- 1.1 Nun wird bei $t = 0$ der Schalter S_1 geschlossen. Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf des Drosselstroms i_L für $0 < t < 1 \text{ ms}$ und berechnen Sie $i_L(t = 1 \text{ ms})$ **(4 Punkte)**
- 1.2 Bei $t = 1 \text{ ms}$ wird der Schalter S_1 geöffnet und Schalter S_2 geschlossen. Skizzieren Sie den Verlauf des Drosselstroms i_L für $1 \text{ ms} < t < 2 \text{ ms}$. **(2 Punkte)**

Nun sind in der Schaltung die idealen Spannungsquellen durch Kondensatoren ersetzt.



Die Anfangsbedingungen seien dieselben wie oben, d.h. die Kondensatoren sind bei $t = 0$ auf die Spannungen $u_1 = 200 \text{ V}$ und $u_2 = 100 \text{ V}$ vorgeladen und $i_L(t=0) = 0$.

- 1.3 Bei $t = 0$ wird der Schalter S_1 geschlossen. Bestimmen Sie zunächst für diesen Fall die allgemeine Differentialgleichung des Drosselstroms i_L ohne Berücksichtigung der Anfangsbedingungen. **(4 Punkte)**

Die allgemeine Lösung dieser DGL ist $i_L = I_1 \sin(\omega t) + I_2 \cos(\omega t)$, $\omega = 2000 \text{ s}^{-1}$. Die folgenden Aufgaben können unabhängig von Aufgabe 1.3 gelöst werden.

- 1.4 Bestimmen Sie nun mit Hilfe der Anfangsbedingungen für $i_L(t = 0)$ und $u_L(t = 0)$ die Konstanten I_1 und I_2 . **(3 Punkte)**
- 1.5 Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf von i_L und u_2 für $0 < t < \pi/\omega$. **(2 Punkte)**

Grundgebiete der Elektrotechnik II – Lösung Feedbackaufgabe Transiente Vorgänge

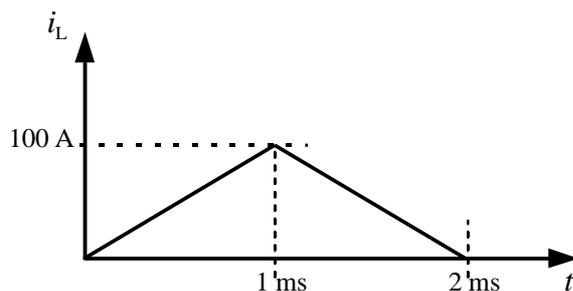
1.1: (Summe: 4 Punkte)

Maschengleichung: $U_1 = U_L + U_2$

Bauteilgleichung: $U_L = L \frac{di_L}{dt}$

Stromverlauf: $i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t (U_1 - U_2) dt = \frac{100 \text{ V}}{L} \cdot t$ 2 P

Endwert: $i_L(t = 1 \text{ ms}) = \frac{100 \text{ V}}{1 \text{ mH}} \cdot 1 \text{ ms} = 100 \text{ A}$ 1 P

Skizze (0 bis 1 ms) 1 P

1.2: (Summe: 2 Punkte)

Skizze (1 ms bis 2 ms) 1 PSymmetrischer Verlauf, da $|U_1 - U_2| = |U_2| \Rightarrow$ Stromwert bei $t = 2 \text{ ms}$ ist Null 1 P

Alternativ rechnerisch:

$$1 \text{ ms} \leq t < 2 \text{ ms} : \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t'=1 \text{ ms}}^t (-U_2) dt' + i_L(t = 1 \text{ ms}) = \frac{-100 \text{ V}}{L} \cdot (t - 1 \text{ ms}) + 100 \text{ A}$$

1.3: (Summe: 4 Punkte)

Maschengleichung: $u_1 = u_L + u_2$

Bauteilgleichungen: $u_L = L \frac{di_L}{dt}$ 1 P

$$i_L = -C_1 \frac{du_1}{dt}, \quad i_L = C_2 \frac{du_2}{dt} \quad \text{1 P}$$

Ableiten und einsetzen:

$$\frac{du_L}{dt} = \frac{d(u_1 - u_2)}{dt} = -\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)i_L = L \frac{d^2 i_L}{dt^2} \quad 1 \text{ P}$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \left(\frac{1}{LC_1} + \frac{1}{LC_2}\right)i_L = 0 \quad 1 \text{ P}$$

1.4: **(Summe: 3 Punkte)**

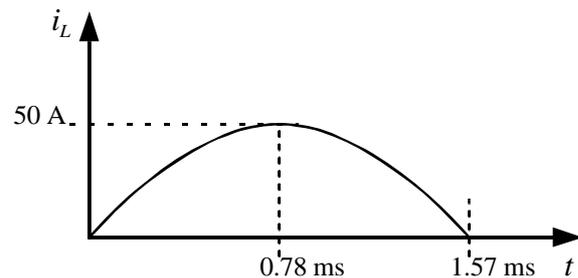
$$i_L(t=0) = 0 \Rightarrow I_2 = 0 \quad 1 \text{ P}$$

$$u_L(t=0) = L \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} = I_1 \cdot \omega L \cos(\omega t) \Big|_{t=0} = I_1 \cdot \omega L = u_1 - u_2 = 100 \text{ V} \quad 1 \text{ P}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{100 \text{ V}}{\omega L} = 50 \text{ A} \quad 1 \text{ P}$$

1.5: **(Summe: 2 Punkte)**

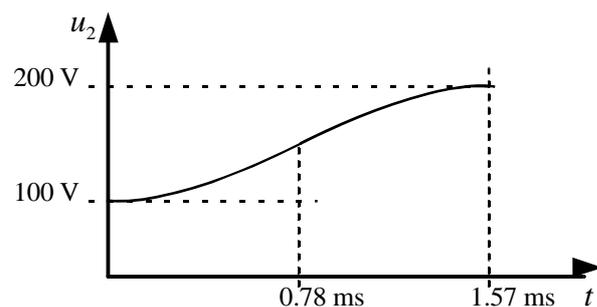
$$i_L = 50 \text{ A} \cdot \sin(\omega t)$$



Skizze qualitativ richtig (positive Halbwelle, beginnt und endet bei Null) **1 P**

$$u_2 = 100 \text{ V} + \frac{1}{C_2} \int_0^t 50 \text{ A} \cdot \sin(\omega t) dt = 100 \text{ V} + \frac{50 \text{ A}}{500 \mu\text{F} \cdot 2000 \text{ s}^{-1}} \cdot (1 - \cos(\omega t)) =$$

$$= 100 \text{ V} + 50 \text{ V} \cdot (1 - \cos(\omega t)) \quad \text{(nicht gefordert!)}$$



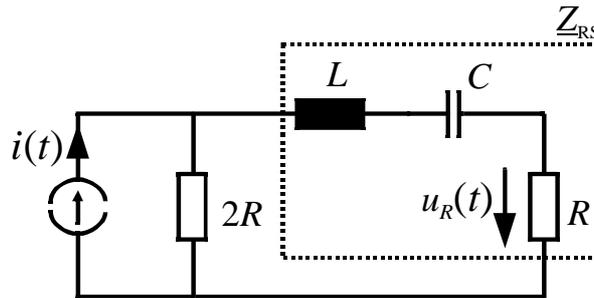
Skizze qualitativ richtig (beginnt bei 100 V, cos erkennbar) **1 P**

**Grundgebiete der Elektrotechnik II –
 Feedbackaufgabe: Komplexe Wechselstromrechnung**

Aufgabe 2

(15 Punkte)

Gegeben sei folgender gedämpfter Reihenschwingkreis:



Der Schwingkreis werde seit langer Zeit von einer harmonischen Stromquelle $i(t) = \hat{i} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$ bzw. $\underline{I} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j90^\circ}$ gespeist. Der Innenwiderstand der Stromquelle beträgt $2R$ und es gilt:

$$\omega = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{LC}}, \quad R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- 2.1 Berechnen Sie die Impedanz \underline{Z}_{RS} des gedämpften Reihenschwingkreises. **(1 Punkt)**
- 2.2 Berechnen Sie die komplexe Größe \underline{U}_R in Abhängigkeit der Größen $\underline{I}, \omega, L, C$ und R . **(3 Punkte)**
- 2.3 Ermitteln Sie (unter Verwendung der weiteren Angaben) die Größe \underline{U}_R nur in Abhängigkeit der Größen \underline{I} und R . **(3 Punkte)**
- 2.4 Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf der Größe $u_R(t)$. Geben Sie das Ergebnis $u_R(t)$ in Abhängigkeit der Größen \hat{i} und R im Zeitbereich an. **(4 Punkte)**
- 2.5 Wie groß ist die am Widerstand R abgegebene effektive Wirk- und Blindleistung ($P_{W,R}$ und $P_{B,R}$)? Geben Sie zudem die Augenblicksleistung $p_{A,R}(t)$ an. **(4 Punkte)**

Hinweis: $\frac{1}{1-j} = \frac{e^{j45^\circ}}{\sqrt{2}}$ und $2 \cdot \cos^2 x = 1 + \cos(2 \cdot x)$

Grundgebiete der Elektrotechnik II – Lösung Feedbackaufgabe 2: Komplexe Wechselstromrechnung

2.1 $\underline{Z}_{RS} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$ 1 Punkt

2.2 Stromteilerregel: $\frac{\underline{I}_R}{\underline{I}} = \frac{2 \cdot R}{3 \cdot R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$ 1 Punkt

mit $\underline{I}_R = \frac{\underline{U}_R}{R}$ 1 Punkt

$\underline{U}_R = \underline{I} \cdot R \cdot \frac{2 \cdot R}{3 \cdot R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$ 1 Punkt

Die korrekte Lösung durch Aufstellen der Maschen- und Knotengleichungen bringt auch die volle Punktzahl.

2.3 aus $\omega = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{LC}}$ und $R = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$ folgt: $\omega L = R$ 1 Punkt

$\frac{1}{\omega C} = 4 \cdot R$ 1 Punkt

Einsetzen ergibt: $\underline{U}_R = \frac{2}{3} \cdot \underline{I} \cdot R \cdot \frac{1}{1-j}$ 1 Punkt

2.4 $\underline{U}_R = \frac{2}{3} \cdot \underline{I} \cdot R \cdot \frac{1}{1-j} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j90^\circ} \cdot R \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cdot e^{-j45^\circ}} = \frac{\hat{I}}{3} \cdot R \cdot e^{-j45^\circ}$ 2 Punkte

also: $u_R(t) = \sqrt{2} \cdot \frac{\hat{I}}{3} \cdot R \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$ 2 Punkte

Vergabe der letzten beiden Punkte, wenn der Scheitelwert mit Faktor $\sqrt{2}$ (1 Pkt.) und die Phasenverschiebung im Zeitbereich mit $(-\frac{\pi}{4})$ (1 Pkt.) richtig angegeben wurden.

2.5 Am ohmschen Widerstand gilt: $P_{W,R} = |\underline{U}_R| \cdot |\underline{I}_R| = \frac{|\underline{U}_R|^2}{R} = \frac{R}{9} \cdot \hat{I}^2$ 1 Punkt

zudem gilt: $P_{W,B} = 0$ 1 Punkt

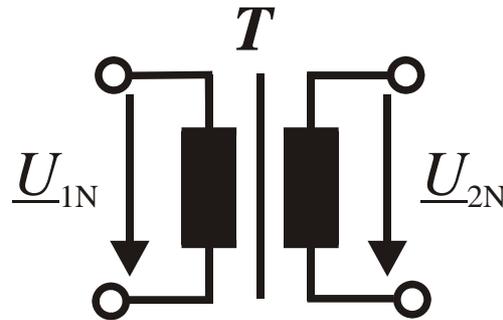
$p_{A,R}(t) = \frac{u_R^2(t)}{R} = \frac{\hat{I}^2 \cdot (\sqrt{2})^2 \cdot R}{9} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[1 + \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)\right] = \frac{\hat{I}^2 \cdot R}{9} \cdot \left[1 + \cos\left(2 \cdot \omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)\right]$

2 Punkte

Grundgebiete der Elektrotechnik II – Feedbackaufgabe: Transformator

Aufgabe 3

(15 Punkte)

Gegeben sei folgender Einphasentransformator T :

Folgende Werte sind bekannt:

$$\underline{U}_{1N} = 10 \text{ kV} \quad \underline{U}_{2N} = 400 \text{ V} \quad S_N = 400 \text{ kVA} \quad L_h = 100 \text{ H} \quad f_N = 50 \text{ Hz}$$

Beim Kurzschlussversuch werden folgende Werte gemessen:

$$P_k = 100 \text{ kW} \quad \cos \varphi_k = 0,89$$

Weiterhin gilt für die auf die Sekundärseite bezogenen Größen:

$$X''_{1\sigma} = X_{2\sigma} \ll X''_h \quad \text{und} \quad R''_1 = R_2 \ll R''_{Fe}$$

- 3.1 Zeichnen Sie das **sekundärseitig** bezogene T-Ersatzschaltbild (inklusive Übertrager) und beschriften Sie dessen Elemente. (2 Punkte)
- 3.2 Bestimmen Sie die sekundärseitig bezogenen Wicklungswiderstände R''_1 und R_2 . (2 Punkte)
- 3.3 Bestimmen Sie die sekundärseitig bezogenen Reaktanzen $X''_{1\sigma}$, $X_{2\sigma}$ und X''_h . (3 Punkte)
- 3.4 Warum darf der Transformator beim Kurzschlussversuch nicht mit Nennspannung bei Nennfrequenz (f_N) betrieben werden? (1 Punkt)
- 3.5 Welcher ohmsche Widerstand darf minimal sekundärseitig angeschlossen werden, ohne den Transformator zu überlasten. (Hinweis: Beachten Sie die oben angegebenen Näherungen.) (4 Punkte)

Fortsetzung auf der nächsten Seite

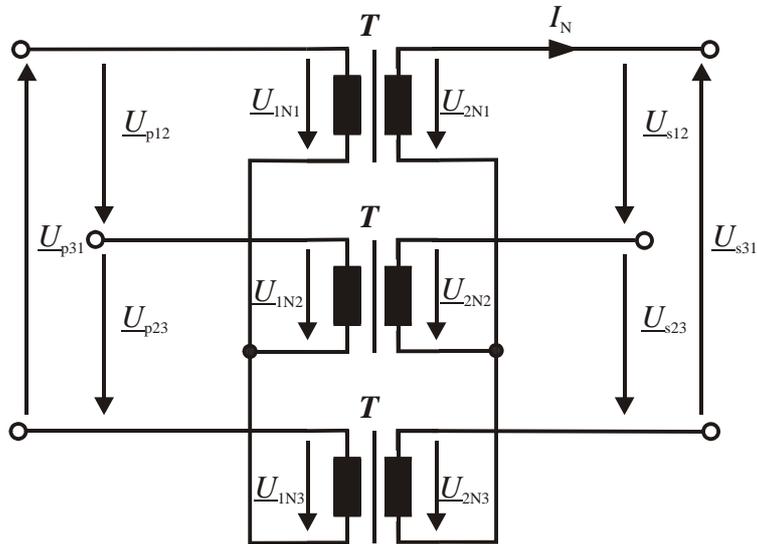
Nun werden drei identische Transformatoren wie folgt verschaltet.

Es gilt:

$$\underline{U}_{1N1} = \underline{U}_{1N}$$

$$\underline{U}_{1N2} = \underline{a} \underline{U}_{1N1}$$

$$\underline{U}_{1N3} = \underline{a^2} \underline{U}_{1N1}$$



3.6 Wie groß ist die Klemmenspannung \underline{U}_{s12} betragsmäßig?

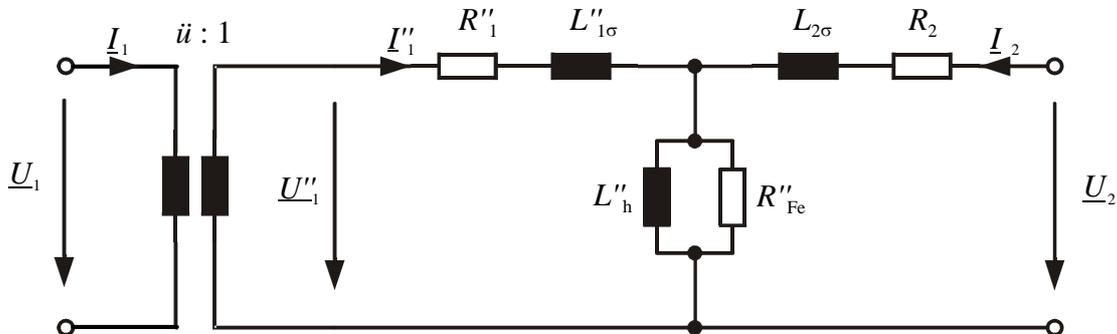
(1 Punkt)

3.7 Geben Sie für den so entstandenen Dreiphasentransformator die Werte für die Nennleistung S_N und den sekundärseitigen Nennstrom I_N an.

(2 Punkte)

**Grundgebiete der Elektrotechnik II –
Musterlösung zur Feedbackaufgabe 3: Transformator**

3.1



richtig gezeichnet

1 Punkt

richtige Bauteilbezeichnung

1 Punkt

3.2 sekundärseitigen Nennstrom bestimmen

$$S_N = U_{2N} \cdot I_{2N} \Rightarrow I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{400 \text{ kVA}}{400 \text{ V}} = 1000 \text{ A}$$

1 Punkt

$$P_k = (R'_{1} + R_2) \cdot I_{2N}^2 \Rightarrow R'_{1} + R_2 = \frac{P_k}{I_{2N}^2} = 100 \text{ m}\Omega \Rightarrow R'_{1} = R_2 = 50 \text{ m}\Omega$$

1 Punkt

3.3

$$P_k = S_k \cos \varphi_k \Rightarrow Q_k = P_k \tan \varphi_k$$

$$Q_k = S_k \sin \varphi_k$$

1 Punkt

$$X''_{1\sigma} + X_{2\sigma} = \frac{P_k}{I_{2N}^2} \tan \varphi_k = 51,23 \text{ m}\Omega \Rightarrow X''_{1\sigma} = X_{2\sigma} = 25,6 \text{ m}\Omega$$

1 Punkt

$$X''_h = \frac{\omega L}{\ddot{u}^2} = \frac{2 \pi 50 \text{ Hz } 100 \text{ H}}{\left(\frac{10000}{400}\right)^2} = 50,3 \Omega$$

1 Punkt

3.4 Im Kurzschlussversuch bei Betrieb mit Nennspannung und Nennfrequenz würde der Nennstrom überschritten. Durch den hohen Strom würden sich die Wicklungen so stark erwärmen, dass sie schmelzen könnten und der Transformator somit zerstört würde.

1 Punkt

3.5 Aufgrund der Näherungen in der Aufgabenstellung kann für diesen Betriebsfall das Kurzschlusersatzschaltbild zur Berechnung herangezogen werden. Ohne Überlastung des Transformators bedeutet, dass maximal Nennstrom fließen darf.

$$S_N = \frac{(U_{2N})^2}{|Z|} \quad \mathbf{1 \text{ Punkt}}$$

$$|Z| = \sqrt{(R''_1 + R_2 + R_{\text{Last}})^2 + (X''_{1\sigma} + X_{2\sigma})^2} \quad \mathbf{1 \text{ Punkt}}$$

$$(R''_1 + R_2 + R_{\text{Last}})^2 + (X''_{1\sigma} + X_{2\sigma})^2 = \frac{(U_{2N})^4}{S_N^2} \quad \mathbf{1 \text{ Punkt}}$$

$$R_{\text{Last}} = \sqrt{\frac{(U_{2N})^4}{S_N^2} - (X''_{1\sigma} + X_{2\sigma})^2} - (R''_1 + R_2) = 0,297 \Omega \quad \mathbf{1 \text{ Punkt}}$$

Der so entstandene Dreiphasentransformator ist sowohl primärseitig als auch sekundärseitig im Stern verschaltet.

$$\mathbf{3.6} \quad U_{s12} = \sqrt{3} U_{sN} = 693 \text{ V} \quad \mathbf{1 \text{ Punkt}}$$

$$\mathbf{3.7} \quad S_{N_{3\text{ph}}} = 3 S_{N_{1\text{ph}}} = 1,2 \text{ MVA} \quad \mathbf{1 \text{ Punkt}}$$

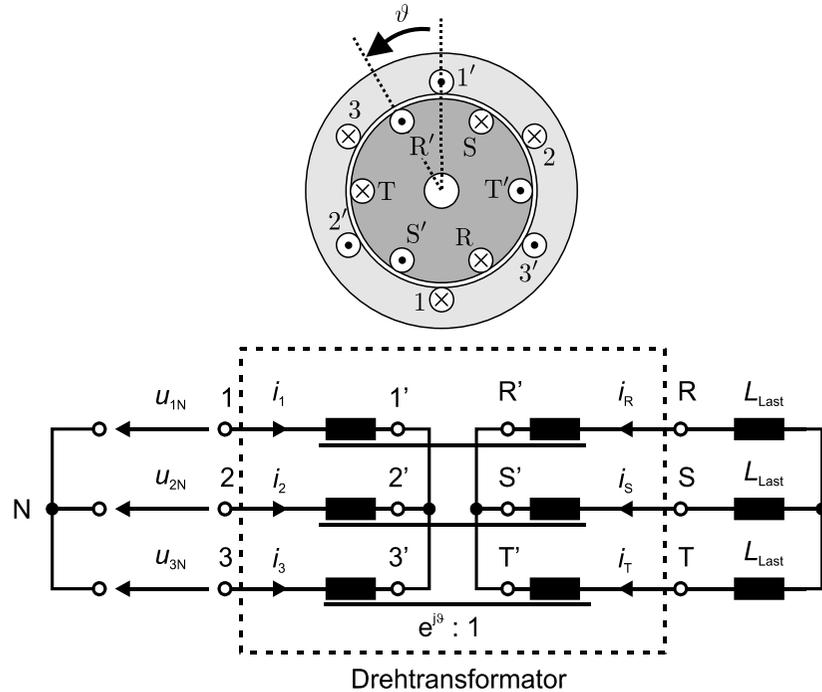
Der Nennstrom bleibt konstant, da aufgrund der Sternschaltung an jedem einzelnen Transformator die gleiche Spannung wie zuvor anliegt.

$$I_N = 1000 \text{ A} \quad \mathbf{1 \text{ Punkt}}$$

Σ **15 Punkte**

Grundgebiete der Elektrotechnik II

Aufgabe 37: Drehtransformator und dreiphasige Spule



Ein Drehtransformator und eine dreiphasige Spule L_{Last} sind wie in der Abbildung verschaltet. Der Rotor ist gegenüber dem Stator um den Winkel ϑ verschoben. Die Parameter des Drehtransformators und der Spule sind

$$L_{1\sigma} = L_{2\sigma} = 2 \text{ mH} \quad L_m = 180 \text{ mH} \quad \ddot{u} = 1$$

$$R_1 = R_2 = 0 \quad R_{Fe} \rightarrow \infty \quad L_{Last} = 18 \text{ mH}$$

Es gelte weiterhin:

$$\vartheta = 30^\circ \quad U_0 = 400 \text{ V} \quad T = 6 \text{ ms}$$

1. Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild der Anordnung in $\alpha\beta$ -Koordinaten, inklusive des idealen, rotierenden Übertragers.

Die folgenden Spannungen werden zyklisch jeweils für die Zeitdauer $T/6$ auf der Primärseite angelegt:

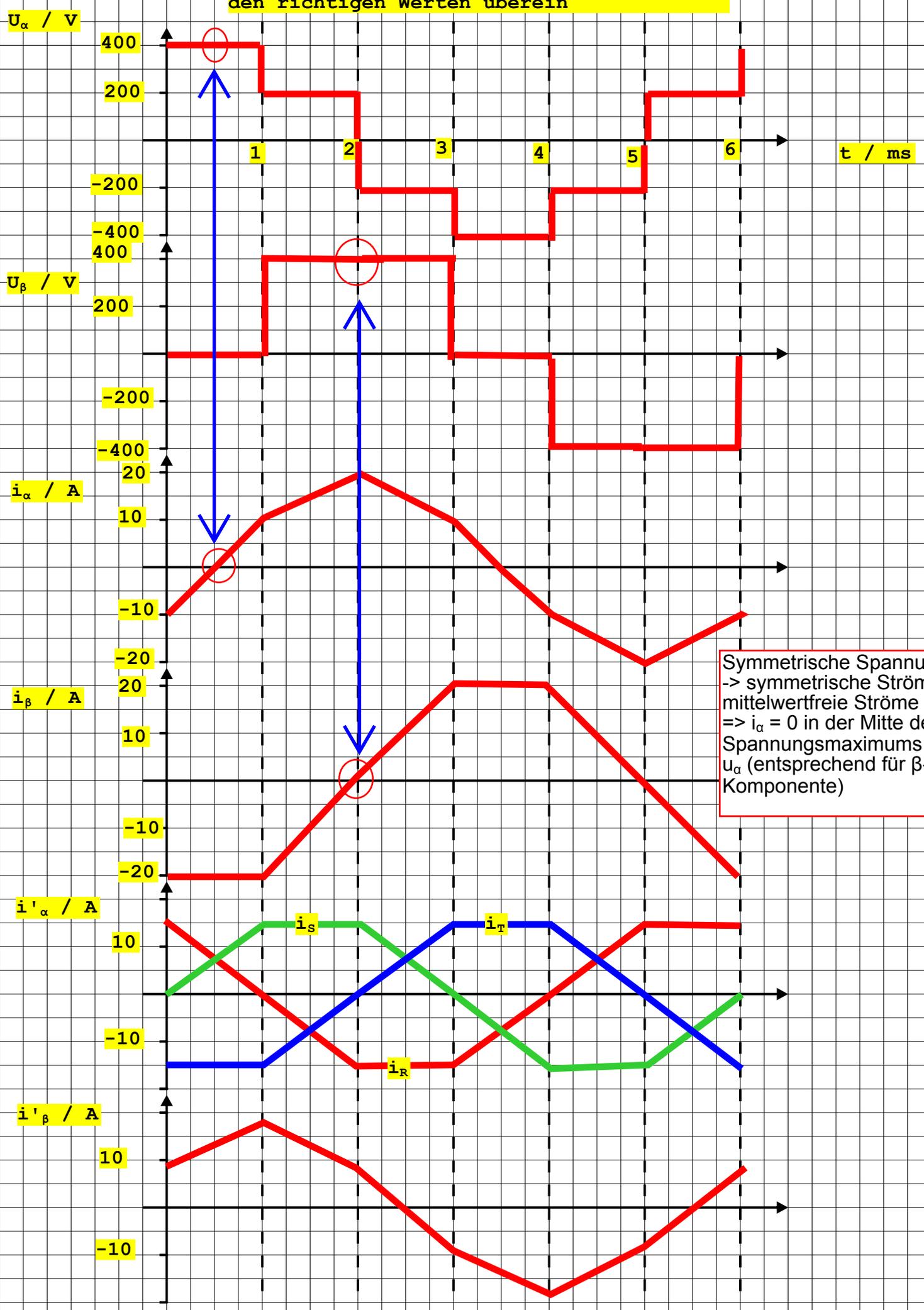
Zustand	u_{1N} / U_0	u_{2N} / U_0	u_{3N} / U_0
(1)	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
(2)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1
(3)	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$
(4)	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
(5)	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
(6)	$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$

D. h. für $0 < t < T/6$ liegt (1) an, im Bereich $T/6 < t < 2T/6$ liegt (2) an, usw.

2. Skizzieren Sie den primärseitig in den Transformator fließenden Strom in $\alpha\beta$ -Koordinaten im Bereich $0 < t < T$ unter Angabe charakteristischer Werte. Nehmen Sie an, dass die Ströme über eine Periode mittelwertfrei sind.

3. Skizzieren Sie die Ströme i_R , i_S , und i_T im Zeitbereich $0 < t < T$ unter Angabe charakteristischer Werte.

ungefähre Werte, stimmt nicht 100%-ig mit den richtigen Werten überein



Symmetrische Spannung
 -> symmetrische Ströme
 mittelwertfreie Ströme
 => $i_\alpha = 0$ in der Mitte des
 Spannungsmaximums von
 u_α (entsprechend für β -
 Komponente)

