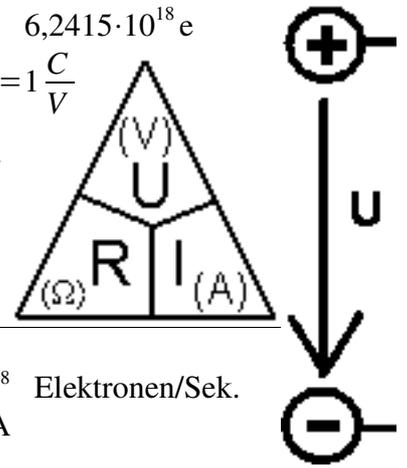


Größe	Kürzel	Einheit	Ladung	Q	$1C = 1As = 6,2415 \cdot 10^{18} e$
Kraft	F	$1N = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2}$	Kapazität	C	$1F = 1 \frac{As}{V} = 1 \frac{C}{V}$
Energie	$W = U \cdot I \cdot t$	$1J = 1Nm$	Induktivität	L	$1H = 1 \frac{Vs}{A}$
Leistung	$P = U \cdot I$	$1W = 1 \frac{Nm}{s} = 1 \frac{J}{s}$	magn. Fluss	Φ	$1Wb = 1Vs$
Druck	p	$1Pa = 1 \frac{N}{m^2}$	magn. Induk. B	B	$1T = 1 \frac{Vs}{m^2}$

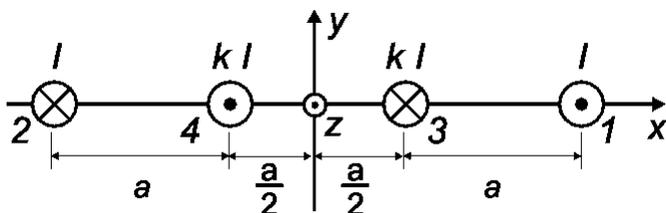


1a (atto) = 10^{-18} 1f (femto) = 10^{-15} **Strom(stärke) = I** in A(mpere);
 1p (piko) = 10^{-12} 1n (nano) = 10^{-9} 1 A = $6,24 \cdot 10^{18}$ Elektronen/Sek.
 1μ (mikro) = $1 / 1.000.000 = 10^{-6}$ **Spannung = U** in V(olt); $1V = 1 \cdot A$
 1m (milli) = $1 / 1.000 = 10^{-3}$ **Widerstand = R** in Ω; $1\Omega = 1V/A$
 1c (centi) = 10^{-2} 1d (dezi) = 10^{-1} Elementar Ladung = Ohmsche Gesetz: $(A) I = \frac{U (V)}{R (\Omega)}$
 1k (kilo) = $1.000 = 10^3$ $e = -1,602 \cdot 10^{-19} C$
 1M (mega) = $1.000.000 = 10^6$
 1G (giga) = $1.000.000.000 = 10^9$

	Widerstand (R:Ω)	Stromstärke (I:A)	Spannung (U:V)	Kondensator (C:F)	Induktivität/Spule (L:H)
Reihen-schaltung -----	Es fallen Teilspannungen ab! $R_g = R_1 + R_2 + \dots$	$I = I_1 = I_2 = \dots$	$U = U_1 + U_2 + \dots$ $U_1 = \delta_a - \delta_b = \frac{Q_1}{C_1}$ $\delta_a = +Q; \delta_b = -Q$	$\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$ $Q = Q_1 = Q_2 = \dots$	$L_g = L_1 + L_2 + \dots$
Parallel-schaltung 	$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$ $R_g = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} : 2 $	$I = I_1 + I_2 + \dots$ Strom- quelle	$U = U_1 = U_2 = \dots$ Spannungs- quelle	$C_g = C_1 + C_2 + \dots$ $Q_g = Q_1 + Q_2 + \dots$ $Q_1 = C_1 \cdot U_1; \dots$	$\frac{1}{L_g} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$

Kondensator: Kreis: $\pi \cdot r^2$ Hohlzylinder: (i) $2\pi r_1 h$ (a) $2\pi r_2 h$ (d) $a = r_2 - r_1$
Kapazität = C in F(arad) $C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}{a}$ $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$ **Fläche** (Platten) = **A** in m^2 **d = Abstand der Plat.**
Feldkonstante = $\epsilon_0 = 8,885 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} = 8,885 \frac{pF}{m}$ **Feldstärke** (im Zwischenraum) = $E = \frac{U}{d}$ in **V/m**
Ladung (der Platten) = **Q** in **As bzw. C**; $Q = I \cdot t$ $C = \frac{Q}{U}$ $\downarrow \rightarrow N(As)^{-1}$ $E = \frac{F}{Q}$ $E_g = E_1 + E_2 + \dots$
 - Veränderung des Abstandes: Ladung (Q) bleibt gleich: $\frac{\epsilon \cdot A}{d_1} \cdot U_1 = \frac{\epsilon \cdot A}{d_2} \cdot U_2$
 - Dielektrikum einfügen: Ladung (Q) bleibt gleich: $W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ (W = Energie)
 - Spannungsfestigkeit = $\frac{C_{ersatz} \cdot U_{ges}}{C_i}$ **Dielektrizitätskonstante = ϵ_r (Vakuum = 1)**
 - Ein Kondensator gilt nach Ablauf von fünf Zeitkonstanten als aufgeladen/entladen: $\tau = R \cdot C$

Arbeit = W in VA; $W = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t$ $1V \cdot 1A \cdot 1s = 1Ws$ (Wattsekunde)
Leistung = P in W(att); $P(t) = u(t) \cdot i(t)$ **Abstand der Körper = l** in m(eter) **Feld = E**
 $P = \frac{Arbeit}{Zeit} = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$ $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} = K \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r$
Kraft = F in N(ewton) $\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{l^2} \cdot \vec{e}_r$ **Konstante = K** $K = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{N \cdot m^2}{(As)^2}$ (Materialabhängig)



Unendliche Leiter || zur z-Achse, I = Gleichstrom, $\mu = \mu_0$.
 a) magnetische Feldstärke \vec{H}_{ges} an Leiter 1?
 $\vec{H}_{ges} = \left(-\frac{k \cdot I}{2\pi \cdot a} + \frac{k \cdot I}{2\pi \cdot 2a} - \frac{I}{2\pi \cdot 3a} \right) \cdot \vec{e}_y$

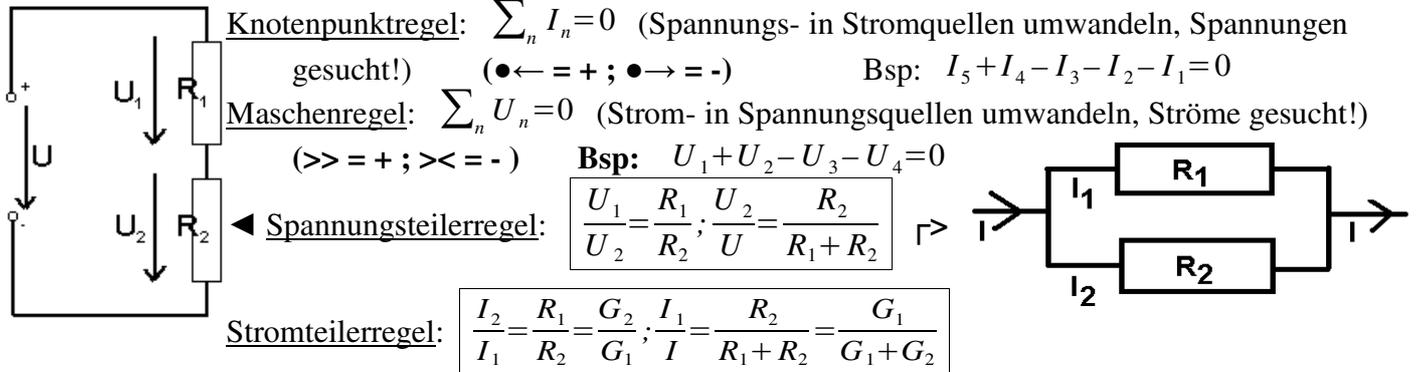
b) Geben Sie die Kraft pro Längeneinheit $\vec{F}'_1 = \frac{\vec{F}_1}{l}$ auf Leiter 1 an! #

$$\vec{F}'_1 = \frac{\vec{F}_1}{l} = I \cdot \mu_0 H_{ges} \cdot (\vec{e}_z \times \vec{e}_z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(k \cdot I - \frac{k \cdot I}{2} + \frac{I}{3} \right) = \frac{\mu I^2}{12\pi a} (3k+2) \vec{e}_x$$

c) Für welches k ist $\vec{F}'_1 = 0$? # $3k+2=0 \rightarrow k = -2/3$ **Jetzt:** Leiter 1 und 2: Wechselstrom $I(t) = I_0 \cdot \cos \omega t$; Leiter 3 und 4 der Wechselstrom $k \cdot I(t)$ d) Für welches k wirkt jetzt auf Leiter 1 keine Kraft? # $k = -2/3$

Kirchhoffsches Gesetz:

Stromrichtung = umgekehrte Spannungsrichtung!!!



Netzwerke (K Knoten; Z Zweige):

$$R_1 || R_2 = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

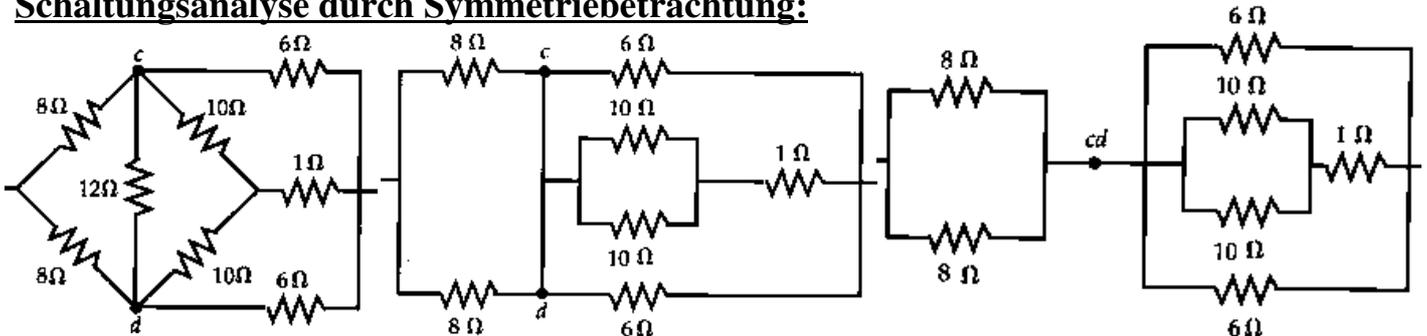
Knoten (K): Verknüpfungs-/Verzweigungspunkte im Netzwerk.

Zweige (Z): Verbindungswege zwischen den Knoten, in denen Zweipole liegen.

Maschen (M): geschlossene Wege im Netzwerk, wo kein Z und kein K mehrfach durchlaufen wird.

vollständiger Baum: So wählen, dass in jeder Masche genau ein gesuchter Strom vorhanden ist.

Schaltungsanalyse durch Symmetriebetrachtung:



R: Widerstand (Spannung proportional Strom) $U = R \cdot I$ -□-

L: Induktivität (Spannung proportional Stromänderung) $U = L \cdot \frac{dI}{dt}$ -■-

$U = L \cdot \frac{dI}{dt}$ -■- $j \omega L$

C: Kapazität (Spannung proportional Stromintegral (gespeicherter Ladung)) $U = \frac{1}{C} \int I dt$ -||- $\frac{1}{j \omega C}$

$$A_{Kugel} = 4\pi r^2, U_{Kreis} = 2\pi r, A_{Kreis} = \pi r^2, A_{Zylinder} = A_{Mantel} + A_{Grundfläche}, A_{Mantel} = 2\pi r h, A_{Grundfläche} = 2\pi r^2$$

Maschenstromverfahren (MSV):

1. Netzwerk vereinfachen, d.h. Parallele Schaltungen vereinen.
2. Alle Stromquellen in Spannungsquellen umwandeln ($U = I \cdot R$; **Richtung ist umkehrt zu I!!!**)
3. Alle Leitwerte G_i in Widerstände R_i umwandeln ($G_i = \frac{1}{R_i}$) **Leitwerts $G = \frac{1}{\Omega} = S$ (iemens)**
4. Vollständigen *Baum* aufstellen (Stromquellen in *Sehnen!!!*; **nur eine** Sehne(*Ast*) pro Masche!!!)
5. Maschenumlaufsinn festlegen (**ggf. in Stromrichtung!!!**) und die Maschen = Ströme (!) benennen.
6. Gleichungssystem aufstellen: $[R] \cdot [I_M] = [U_{qM}]$ mit R Matrix; I, U Vektor. (wird gesucht!)
 - $R: [x,x]$: Summe der Widerstandswerte der Masche x $[I_M]$: Strom der jeweiligen Masche
 - $R: [x,y]$: $x \neq y$; Summe der gemeinsamen Widerstandswerte mit Masche y (>> = + ; << = -) !!!
 - $[U_{qM}]$: Summe der Spannungsquellen der Masche q (>> = - ; << = +) !!!

$$I_y = \frac{\det([X])}{\det([R])} = \text{Strom [Ampere]} , \text{ wobei } [X]: \text{ In } [R] \text{ wird die y-te Spalte durch } [I_M] \text{ (Vektor) ersetzt.}$$

(Wahl nach Anzahl Gleichungen)	Maschenstromverfahren (MSV)	Knotenpotentialverfahren (KPV)
Anzahl der Gleichungen	unabh. Maschengl.: Z-(K-1)	unabh. Knotengl.: K-1
Gesuchte Größe	Ströme	Spannungen
Enthaltene Quellen im Netzwerk	Mehr Spannungsquellen	Mehr Stromquellen

Knotenpotentialverfahren (KPV):

1. Netzwerk vereinfachen, d.h. Parallele Schaltungen vereinen. ▼ Parallel zu Widerstand!
2. Alle Spannungsquellen in Stromquellen umwandeln ($I = U / R$; **Richtung ist umkehrt zu U!!!**)
3. Alle Widerstände R_i in Leitwerte G_i umwandeln ($R_i = \frac{1}{G_i}$). (**Auch „in“ I, also $I = U \cdot G$!!!**)
4. Bezugsknoten auswählen ($\varphi = 0$ (Masse)) und Knoten benennen (Großbuchstaben!).
5. Gleichungssystem aufstellen: $[G] \cdot [U_{K,Bezug}] = [I_K]$ (Knotenregel ($\sum I = 0$) an allen Knoten)
 - $G: [x,x]$: Summe der Leitwerte welche an dem Knoten x hängen. $[U_{K,Bezug}]$: ges. Spannungspotential
 - $G: [x,y]$: $x \neq y$; negative Summe **nicht** gemeins. Leitwerte der Knot. x und y, also $-\{[x,x]\} \cap \{[y,y]\}$
 - $[I_{K,Bezug}]$: Summe der Stromquellen welche an dem Knoten K hängen. (**●← = + ; ●→ = -**)!!!

$U_{K,Bezug} = \frac{\det([X])}{\det([G])} = \text{Spannung [Volt]}$, wobei $[X]$: In $[G]$ wird die y-te Spalte durch $[U_{K,Bezug}]$ ersetzt.

$$R_{AB} = (R_7 + R_8) \parallel R_6 \Rightarrow G_{AB} = \frac{R_6 + R_7 + R_8}{R_6(R_7 + R_8)} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7 + R_8}; R_6 = R; R_{7,8} = \frac{R}{2}; \Rightarrow G = \frac{1}{R} = G_6; \Rightarrow G_{AB} = \frac{R + R}{R \cdot R} = \frac{2}{R} = 2G$$

Ersatzspannungsquelle: (i) Ersatzwiderstand berechnen: Spannungsquelle durch Kurzschluss ersetzen, von den beiden Klemmen in die Schaltung reinschauen; (ii) Leerlaufspannung U_0 berechnen: $U_{AB} = U_0$,

$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}}$, R_{ges} von der Spannungsquelle aus berechnen, Sei I_x der durch den zwecklosen Widerstand,

dieser ergibt sich aus I_{ges} und den Widerständen mittels Stromteilerregel;

Ersatzstromquelle: (i) Kurzschlussstrom I_K bestimmen: Klemmen kurzschließen => ein Widerstand R_Z

zwecklos, $I_K = \frac{U}{R_{ges}}$ (R_{ges} = Widerstand gesehen von Spannungsquelle aus (ohne R_Z), R = Widerstand R_2 ,

welcher mit R_Z und U verbunden geteilt durch $\sum R_2$ plus anderer Widerstand, welcher mit R_Z verbunden.

Beispiel für ein Netzwerk:

geg.: $R_1 = 100 \Omega$ $R_2 = 20 \Omega$ $R_3 = 30 \Omega$

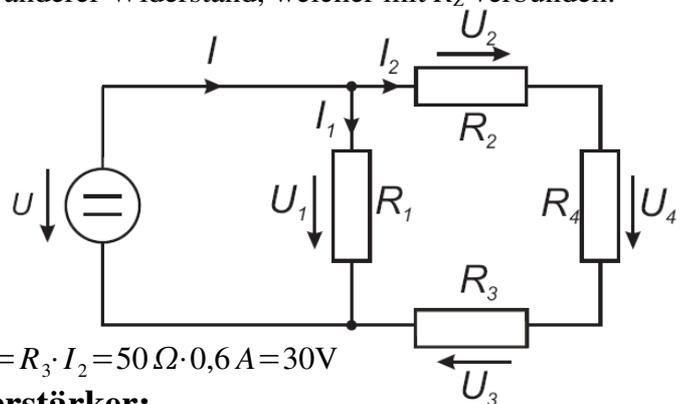
$R_4 = 50 \Omega$ $U = 60 V$ **ges.:** $I, I_1, I_2, U_1, U_2, U_3, U_4$

$$U = U_1 = U_2 + U_3 + U_4 \quad I = I_1 + I_2 = 1,2 A$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{60V}{100 \Omega} = 0,6 A \quad U_3 = R_2 \cdot I_2 = 18V$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{60V}{(20 + 30 + 50) \Omega} = 0,6 A$$

$$U_1 = U = 60V \quad U_2 = R_2 \cdot I_2 = 20 \Omega \cdot 0,6 A = 12V \quad U_4 = R_3 \cdot I_2 = 50 \Omega \cdot 0,6 A = 30V$$



Die drei „goldenen Regeln“ der Operationsverstärker:

1. Eingangswiderstand: ∞ , d.h. am invertierenden (-) und nichtinv. (+) Eingang fließt **kein** Strom.
2. + und - können im Modell für die Spannung (!) gebrückt werden. $(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$
3. Die Spannungsverstärkung des Operationsverstärkers ist unendlich $(a+bi) \cdot (c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$

Impedanz (Z) & Admittanz (Y)

Frequenz: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

Impedanz (Widerstand): $Z_R = R, Z_L = j\omega L = \omega L \cdot e^{+j90^\circ}$, Admittanz (Leitwert): $Y = \frac{1}{Z}, Y_R = \frac{1}{R}$,

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \cdot e^{-j90^\circ} \quad Z(\omega) = 1/Y(\omega) \quad Y_L = \frac{1}{j\omega L} = -\frac{j}{\omega L}, Y_C = j\omega C$$

Auflösen: Admittanz $Y(\omega)$ und Impedanz $Z(\omega)$ immer zum Ende hin gruppieren, d.h. $a \pm j \cdot b$.

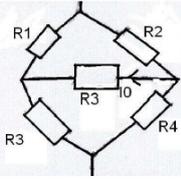
Imaginärteil möglichst nicht im Nenner, dafür mit komplex konjugierten multiplizieren, d.h. $\frac{1}{z} \cdot \frac{z^*}{z^*}$

$z \cdot z^* = x^2 + y^2$, d.h. **Betrag** ist $|z| = \frac{U}{R_{ges}}$ Sch. nimmt nur Wirkl. auf, wenn U u. I in Phase, also Z rein reell.

Reihenschaltung: Impedanzen $Z(\omega)$ addieren sich. **Parallelschaltung:** Admittanzen $Y(\omega)$ addieren sich.

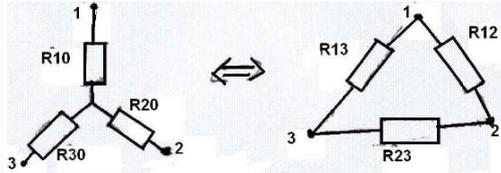
- U_1 in Abhängigkeit von der Stellung des Potentiometers x ? # $U_{R1}=0 \sim$ kein Spann.-abfall über R_1 ; $U_1=x \cdot U$
- Strom I durch den Lastwiderstand R_L in Abhängigkeit von x und R_3 ? # $U_{R3}=U_1=x \cdot U=R_3 \cdot I \Leftrightarrow I=(x \cdot U)/R_3$

Abgleichbedingung Brücke:



$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \Rightarrow I_Q = 0$$

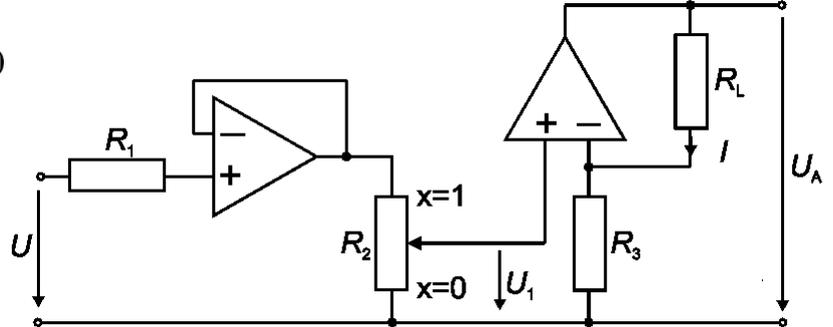
Stern-/Dreiecktransformation:



$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}; R_{12} = R_{10} + R_{20} + \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{30}}$$

symmetrisch: $R_{Stern} = \frac{R_{Dreieck}}{3}$

- Wie groß muss R_3 , damit für $x = 1$, $I = 10\text{mA}$ beträgt? # $R_3 = (x \cdot U) / I = (1 \cdot 5\text{V}) / 0,01\text{A} = 500\Omega$ ($U=5\text{V}$, $R_1=120\text{k}\Omega$, $R_2=47\text{k}\Omega$)
- $U_A = U_{Amax} = 12\text{V}$. Maximalen Widerstand R_L



- R_{Lmax} , wo gerade noch der Strom $I = 10\text{mA}$ bei $x = 1$ fließen kann (R_3 wie in c) berechnet)? # $U_A = U_1 + I \cdot R_L \Rightarrow R_{Lmax} = (U_{Amax} - U) / 10\text{mA} = 700\Omega$ ($U_1 = I \cdot R_3 = U_{R3}$)

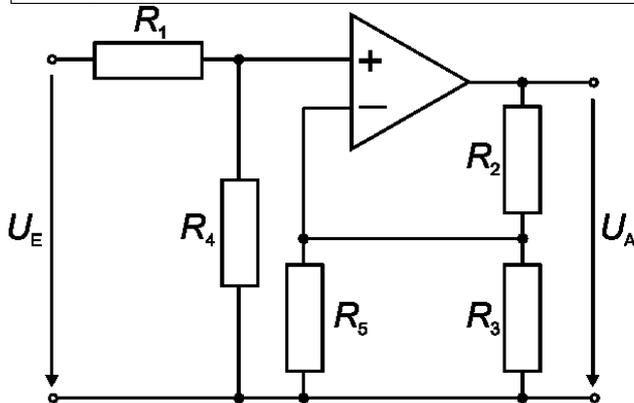


Abb. 1

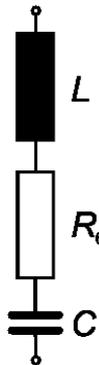


Abb. 2 für $\text{Im}\{Z\} \neq 0$ folgt dann $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ MEIST!

- **Zunächst:** R_4 und R_5 unendlich groß. • Wie groß Verstärkung $v_a = U_A/U_E$? # $I_{R1}=0, v_a = (R_2+R_3)/R_3$
- **Nun:** R_4 und R_5 beliebig. • Wie groß ist v_b ? # $U_E \cdot R_4 / (R_1+R_4) = U_+ = U_- = U_A \cdot (R_3 \parallel R_5) / ((R_3 \parallel R_5) + R_2)$
- $v_b = U_A/U_E = R_4 / (R_1+R_4) \cdot ((R_3 \parallel R_5) + R_2) / (R_3 \parallel R_5) = R_4 / (R_1+R_4) \cdot (R_3 R_5 + R_2 R_3 + R_2 R_5) / (R_3 R_5)$.
- **Nun:** R_5 wird durch Abb. 2 ersetzt. $U_E = U_E \cdot e^{j\omega t}$.
- Wie groß ist Resonanzfrequenz ω_0 von Abb. 2?

$$Z = R_6 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R_6 + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

- Wie groß Verstärkung v_d @ Frequenz ω_0 ? # Bei Resonanz ist $Z = R_6, v_d = \frac{R_4}{R_1+R_4} \cdot \frac{R_3 R_6 + R_2 R_3 + R_2 R_6}{R_3 R_6}$

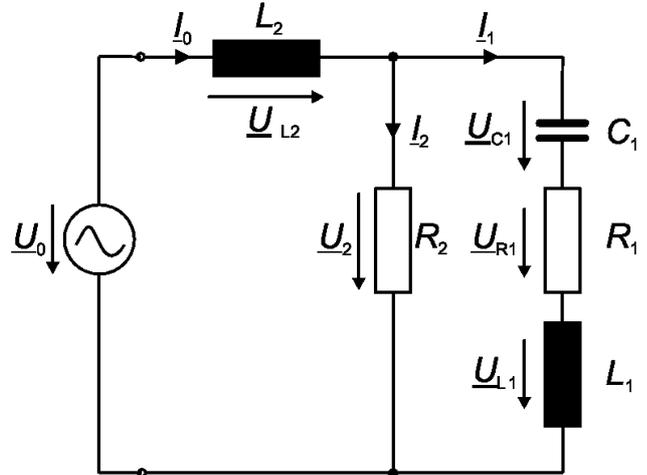
$$U_E = \frac{U_A \cdot R_3}{R_2 + R_3} \Leftrightarrow \frac{U_A}{U_E} = \frac{R_2 + R_3}{R_3} = v_a \quad \underline{U} \cdot \underline{I}^* = \underline{S} = \underline{P} + j\underline{Q} = \underline{I}^2 \cdot \underline{Z} = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad z = a + jb, \text{ konj.: } z^* = a - jb$$

Scheinl. Wirkl. Blindl.

Nennstrom von Lampen einer Lichterkette: $I_A = P/U_A = x[A]$. (Strom und Spannung sind in Phase.)

- $P_2 =$ von R_2 aufgenommene Wirkleistung = 125W
- $R_1 = 4\Omega \quad \omega L_1 = 4\Omega \quad f = 50\text{Hz} \quad U_2 = U_2 \cdot e^{j\omega t}$
- $R_2 = 5\Omega \quad \omega L_2 = 1\Omega \quad 1/\omega C_1 = 1\Omega$

- Berechne alle Spannungen und Ströme! # $P_2 = U_2^2 / R_2 \Leftrightarrow U_2 = \sqrt{R_2 P_2} = 25\text{V} \Rightarrow \underline{U}_2 = 25\text{V} \cdot e^{j\omega t}$
- $\underline{I}_2 = \underline{U}_2 / R_2 = 5\text{A}, \quad \underline{U}_{R1} = R_1 \cdot \underline{I}_1 = (16 - j12)\text{V}$
- $\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}_2}{R_1 + j(\omega L_1 - 1/(\omega C_1))} = \frac{25}{4 + j3} \text{A} = (4 - j3)\text{A}$
- $\underline{U}_{C1} = 1/(j\omega C_1) \cdot \underline{I}_1 = -j(4 - j3)\text{V} = (-3 - j4)\text{V}$
- $\underline{U}_{L1} = j\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 = (12 + j16)\text{V}, \quad \underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (9 - j3)\text{A}$
- $\underline{U}_{L2} = j\omega L_2 \cdot \underline{I}_0 = (3 + j9)\text{V}, \quad \underline{U}_0 = \underline{U}_{L2} + \underline{U}_2 = (28 + j9)\text{V}$



- Was sind die von der Spannungsquelle \underline{U}_0 abgegebenen Schein-, Wirk- und Blindleistungen? # $\underline{S}_0 = \underline{U}_0 \cdot \underline{I}_0^* = (28 + j9)(9 + j3)\text{VA} = 225\text{W} + j165\text{VA} = P_0 + jQ_0$

- Was muss parallel \underline{U}_0 geschaltet werden, damit nur Wirkleistung? # Schaltung nimmt positive Blindleistung auf \rightarrow zur Blindl.-kompensation: Kondensator parallel. • Welchen Wert muss Teil dann annehmen? $|Q| = |U_0^2 / (1/(\omega C_{par}))| = !Q_0 C_{par} = Q_0 / (U_0^2 \cdot 2\pi f) = 165 / ((28^2 + 9^2) \cdot 2\pi \cdot 50) \cdot F = 0,61\text{mF}$