

**Numerisches Rechnen — WS 2015 / 2016**

Prof. Dr. Martin Grepl — Dipl.-Math. Jens Berger — M.Sc. Robert O'Connor

**4. Übung**

**Abgabe:** bis **Dienstag**, den 24.11.2015, um 16:00 Uhr in den Einwurfskasten vor Raum 102, Hauptgebäude.

**Aufgabe 1:** (*LR-Zerlegung*)

[2+5+2+1 Punkte]

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 8 & 24 \\ 3 & 8 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 96 \\ 46 \\ 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

- a) Führen Sie eine Zeilenäquilibration bei  $A$  durch um  $\tilde{A}$  zu bekommen.
- b) Berechnen Sie die LR-Zerlegung von  $\tilde{A}$  *ohne* Spaltenpivotisierung. Geben Sie  $L$  und  $R$  explizit an.
- c) Lösen Sie das Gleichungssystem mit Hilfe der LR-Zerlegung.
- d) Berechnen Sie die Determinante von  $A$  mit Hilfe der LR-Zerlegung.

**Aufgabe 2:** (*LDL<sup>T</sup>-Zerlegung*)

[4+1+2 Punkte]

Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 6 + \alpha \\ 3 & 6 + \alpha & 10 + \alpha^2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

- a) Bestimmen Sie die Cholesky-Zerlegung der Matrix  $A$ . Wie lauten die Matrizen  $L$  und  $D$ ?
- b) Bestimmen Sie die Determinante von  $A$ .
- c) Lösen Sie  $Ax = b$  für  $\alpha = 0$  mit Hilfe der in a) berechneten Cholesky-Zerlegung.

**Aufgabe 3:** (*QR-Zerlegung*)

[7+1 Punkte]

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit

$$A := \begin{pmatrix} 4 & -1 & -3 \\ 3 & -7 & 4 \\ 12 & -12 & 13 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad \text{und} \quad b := \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

- a) Bestimmen Sie eine QR-Zerlegung von  $A$  über Givensrotationen. Geben Sie die Matrizen  $Q$  und  $R$  explizit an. Bestimmen Sie die Lösung des Systems über die QR-Zerlegung.
- b) Mit Hilfe der in Teil a) berechnete QR-Zerlegung bestimmen Sie die Determinante von  $A$ .