

# Übung zur Vorlesung BERECHENBARKEIT UND KOMPLEXITÄT

## Lösung Blatt 1

### Aufgabe 1.1: (10)

$M$  verschiebt die Eingabe  $w$  um eine Speicherzelle nach rechts.

Die einzelnen Zustände haben folgende Bedeutung. In  $q_0$  startend, läuft der Schreib-/Lesekopf nach rechts, bis ein Blank gefunden wird, um danach wieder einen Schritt nach links zu gehen, und nach  $q_1$  zu wechseln. In  $q_1$  verzweigt die Rechnung der TM. Entweder steht der Kopf auf einer Ziffer, oder die TM wechselt in den Endzustand. Steht die TM auf einer 0, wird in  $q_2$  gewechselt und die 0 gelöscht, bei einer 1 in  $q_3$  gewechselt und die 1 gelöscht.  $q_2$  bedeutet also „gerade wurde eine 0 gelesen“ und  $q_3$  „gerade wurde eine 1 gelesen“.

$q_2$  und  $q_3$  arbeiten sehr ähnlich, deshalb beschreiben wir nur  $q_2$ . Unabhängig vom Bandinhalt wird eine 0 hinterlassen, einen Schritt nach links gegangen, und in  $q_4$  gewechselt. Der Kopf steht also wieder auf dem vorher im Zustand  $q_1$  erzeugten Blanksymbol. Von  $q_4$  wird dann sofort wieder nach links gegangen, und in  $q_1$  gewechselt.  $q_1$  kann damit interpretiert werden als „Kopf steht auf dem rechten Ende vom noch zu kopierenden Teilstring (falls vorhanden)“.

Dieses Vorgehen wird wiederholt, das gelesene Zeichen jeweils im Zustand ( $q_2$  oder  $q_3$ ) gespeichert, eine Position nach rechts verschoben, bis die Eingabe komplett verschoben ist, und von  $q_1$  nach  $\bar{q}$  gewechselt wird.

### Aufgabe 1.2: (10)

Die folgende TM läuft nach rechts und zählt dabei modulo 2. Beim ersten Blank stoppt sie und akzeptiert gdw. die Anzahl der gelesenen Buchstaben gerade ist.

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, B, q_0, \bar{q}, \delta)$  mit  $Q = \{q_0, q_1, \bar{q}\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $\Gamma = \Sigma \cup \{B\}$ , und  $\delta$  gemäß der folgenden Tabelle:

	0	1	B
$q_0$	$(q_1, B, R)$	$(q_1, B, R)$	$(\bar{q}, 1, N)$
$q_1$	$(q_0, B, R)$	$(q_0, B, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$

### Aufgabe 1.3: (5+5+10)

(a) Die folgende TM läuft zum rechten Ende der Eingabe, hängt eine 0 an, und läuft zurück.

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, B, q_0, \bar{q}, \delta)$  mit  $Q = \{q_0, q_1, \bar{q}\}$ ,  $\Sigma = \{0, 1\}$ ,  $\Gamma = \Sigma \cup \{B\}$ , und  $\delta$  gemäß der folgenden Tabelle:

	0	1	B
$q_0$	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$q_1, 0, L)$
$q_1$	$(q_1, 0, L)$	$(q_1, 1, L)$	$(\bar{q}, B, R)$

(b)  $M$  ähnlich wie oben, nur mit  $Q = \{q_0, q_1, q_2, \bar{q}\}$  und  $\delta$  wie folgt:

	0	1	$B$
$q_0$	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_1, B, L)$
$q_1$	$(q_2, 1, L)$	$(q_1, 0, L)$	$(\bar{q}, 1, N)$
$q_2$	$(q_2, 0, L)$	$(q_2, 1, L)$	$(\bar{q}, B, R)$

In  $q_0$  läuft die TM nach rechts, und addiert in  $q_1$  eine 1 nach der Schulmethode.

(c) Sei  $\Sigma = \{1\}$  und  $\Gamma = \Sigma \cup \{0, B\}$ . Dadurch ist garantiert, dass die Eingabe nur aus Einsen besteht.

	0	1	$B$
$q_0$	$(q_0, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$
$q_1$	$(q_1, 0, R)$	$(q_2, 0, R)$	$(\bar{q}, 1, N)$
$q_2$	$(q_2, 0, R)$	$(q_3, 1, R)$	$(\bar{q}, 1, N)$
$q_3$	$(q_3, 0, R)$	$(q_4, 0, R)$	$(\bar{q}, 0, N)$
$q_4$	$(q_4, 0, R)$	$(q_3, 1, R)$	$(q_5, B, L)$
$q_5$	$(q_5, 0, L)$	$(q_5, 1, L)$	$(q_0, B, R)$

Die TM läuft mehrfach über die Eingabe, und ersetzt dabei jede zweite 1 durch eine 0.  $q_0$  und  $q_1$  bedeuten „1 Eins gelesen“ bzw. „2 Einsen gelesen“.  $q_3$  bedeutet „3+2*i* Einsen gelesen“ und  $q_4$  „4+2*i* Einsen gelesen“, mit  $i \in \mathbf{N}_0$ .  $q_5$  dient dazu, um wieder an den Anfang der Eingabe zu laufen, falls ein Blank erreicht wird und vorher eine gerade Anzahl von Einsen gezählt wurde.

Zu Beginn von  $q_0$  steht der Kopf auf der ersten 1 von links, der Inhalt des Arbeitsbandes ist von der Form  $1\{0, 1\}^*$ .