

Übung zur Vorlesung BERECHENBARKEIT UND KOMPLEXITÄT

Blatt 10

Aufgabe 10.1: (5+5 Punkte)

- (a) Das Kreisüberdeckungsproblem CYCLECOVER ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$.

Ausgabe: Ja, gdw. G eine Kreisüberdeckung enthält, d. h. es existiert eine Menge von Kreisen in G , so dass jeder Knoten in V in genau einem dieser Kreise enthalten ist.

Zeige:

$$\text{CYCLECOVER} \leq_p \text{SAT}.$$

(Achtung: Mit dieser Reduktion wird nicht die NP-Schwere von CYCLECOVER gezeigt, da dazu ein Reduktion der Form $\text{SAT} \leq_p \text{CYCLECOVER}$ nötig wäre. In der Tat gilt sogar $\text{CYCLECOVER} \in \text{P}$.)

- (b) Das Hamiltonkreisproblem HC ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$.

Ausgabe: Ja, gdw. G enthält einen Hamiltonschen Kreis, d. h. es existiert ein Kreis in G , der jeden Knoten genau einmal besucht.

Zeige (ohne auf den Satz von Cook zurückzugreifen):

$$\text{HC} \leq_p \text{SAT}.$$

(Achtung: Mit dieser Reduktion wird nicht die NP-Schwere von HC gezeigt, da dazu ein Reduktion der Form $\text{SAT} \leq_p \text{HC}$ nötig wäre.)

Aufgabe 10.2: (5+5 Punkte)

- (a) LONGESTPATH ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Ein Graph G und eine Zahl $c \in \mathbb{N}$.

Ausgabe: Ja, gdw. es in G einen kreisfreien Weg mit Länge $\geq c$ gibt.

Zeige, dass LONGESTPATH NP-vollständig ist.

- (b) BOUNDEDDEGREEMST ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Ein gewichteter Graph und zwei Zahlen $d \in \mathbb{N}$ und $c \in \mathbb{N}$.

Ausgabe: Ja, gdw. der Graph einen Spannbaum mit Grad $\leq d$ und Kosten $\leq c$ hat.

Zeige, dass BOUNDEDDEGREEMST NP-vollständig ist.

Aufgabe 10.3:**(3+2 Punkte)**

- (a) DNF-SAT ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Eine Formel φ in disjunktiver Normalform. Eine Formel ist in disjunktiver Normalform, wenn sie eine Disjunktion von Konjunktionstermen ist. Das heißt φ hat die Form

$$\bigvee_i \bigwedge_j (\neg)x_{ij}$$

Ausgabe: Ja, gdw. φ erfüllbar ist.

Zeige: DNF-SAT \in P.

- (b) KNF-VAL ist das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: Eine Formel φ in konjunktiver Normalform.

Ausgabe: Ja, gdw. φ eine Tautologie ist. Das heißt, unabhängig davon, welche Wahrheitswerte man den Variablen zuordnet, ist φ immer wahr.

Zeige: KNF-VAL \in P.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 24.1. um 12.00 Uhr im Sammelkasten am Lehrstuhl.