Lehrstuhl für Informatik I
Prof. Juraj Hromkovič
Dr. Hans-J. Böckenhauer
Dirk Bongartz
Joachim Kupke

Diplom-Vorprüfung zur Vorlesung Berechenbarkeit und Komplexität WS 2002/2003

Aachen, den 7. April 2003

Aufgabe 1 (3+3+4 Punkte)

Es sei die Sprache $L = \{x01100y \mid x, y \in \{0,1\}^*\}$ gegeben.

(a) Konstruieren Sie einen (deterministischen) EA für L. (Die Diagrammdarstellung des Automaten ist ausreichend.)

(b) Geben Sie für jeden Zustand q Ihres Automaten die Klasse $\mathrm{Kl}[q] = \{w \in \{0,1\}^* \mid \hat{\delta}(q_0, w) = q\}$ an, wobei q_0 der Anfangszustand Ihres Automaten ist.

(c) Zeigen Sie, dass jeder deterministische EA, der die Sprache L erkennt, mindestens 6 Zustände hat.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Bitte bearbeiten Sie **genau eine** der folgenden Aufgaben 2.A oder 2.B. Es kann nur ein Teil gewertet werden. Falls beide Aufgabenteile bearbeitet wurden, wird **nur** Teil **2.A** gewertet.

(2.A) Zeigen Sie, dass $(L_{\text{diag}})^{\mathsf{C}} \leq_{\mathrm{R}} L_{\mathrm{U}}$ gilt.

(2.B) Sei $L = \{\mathrm{Kod}(M) \mid M \text{ hält auf jeder Eingabe}\}$. Zeigen Sie, dass L nicht rekursiv ist. Sie dürfen hierfür alle Resultate der Vorlesung verwenden.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass für jede platzkonstruierbare Funktion $s(n)$ gilt, dass

$$\mathrm{NTIME}(s(n)) \subseteq \mathrm{SPACE}(s(n)),$$

indem Sie eine geeignete deterministische Simulation einer NTM beschreiben.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Bitte bearbeiten Sie **genau eine** der folgenden Aufgaben 4.A oder 4.B. Es kann nur ein Teil gewertet werden. Falls beide Aufgabenteile bearbeitet wurden, wird **nur** Teil **4.A** gewertet.

(4.A) Zeigen Sie, dass unter der Voraussetzung $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$ für keine Konstante $d > 1$ ein polynomieller d-Approximationsalgorithmus für das TSP existiert.

(4.B) Das Problem 3-COVER ist wie folgt definiert:

$$\text{3-COVER} = \{((X, \mathcal{F}), k) \mid X \text{ ist eine endliche Menge und } \mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(X), \text{ so dass jedes Element aus } X \text{ in} \leq 3 \text{ Mengen aus } \mathcal{F} \text{ vorkommt, und es existiert ein } C \subseteq \mathcal{F}, \text{ mit } X = \textstyle\bigcup_{S \in C} S \text{ und } |C| \leq k.\}.$$

Zeigen Sie, dass 3-COVER NP-schwer ist. Sie dürfen dabei alle in der Vorlesung gezeigten Reduktionen voraussetzen.

Allgemeine Bemerkungen:

- L_{U} ist die universelle Sprache. $(L_{\text{diag}})^{\mathsf{C}}$ ist das Komplement der Diagonalsprache.
- $\mathcal{P}(X)$ bezeichnet die Potenzmenge von X.

Viel Erfolg!