.: VD Klausur BuK WS 99 :.

Aufgabe 1

(a) Definieren Sie die Kolmogorov-Komplexität $K(w)$ von w für $w \in \{0, 1\}^*$

(b) Beweisen Sie den folgenden Satz (Satz II.3.2 aus der Vorlesung):

> Sei $L = L(M)$ für einen endlichen Automaten $M = (Q, S, d, q_0, F)$.
> Sei $L_x = \{xy \in \Sigma^* \mid xy \in L\}$ für jedes $x \in \Sigma^*$. Sei xy das n-te Wort in L_x bezüglich der kanonischen Ordnung. Dann ist
>
> $$K(y) \leq \lceil \log_2 n \rceil + const_M$$
>
> Dabei ist $const_M$ nur von M abhängig und unabhängig von x und y.

Aufgabe 2

Geben Sie eine Turingmaschine in Diagramm-Darstellung an, die die folgende Sprache akzeptiert:

$$L = \{x\#y \mid x, y \in \{0, 1\}^*, \#_0(x) \text{ ist gerade und } \#_1(y) \geq 3\}$$

Aufgabe 3

Beweisen Sie, dass für die universelle Sprache L_U gilt : $L_U \notin \mathbf{L}_R$. Sie dürfen hierbei voraussetzen, dass $L_d \notin \mathbf{L}_R$.

Aufgabe 4

(a) Definieren Sie formal die Polynomialzeit-Reduzierbarkeit $\leq_p$ zwischen Sprachen.

(b) Definieren Sie formal, wann eine Sprache NP-vollständig ist.

(c) Wählen Sie zwei Sprachen A und B aus, von denen Sie aus der Vorlesung bzw. aus den Übungen wissen, dass sie NP-vollständig sind, und geben Sie eine Polynomialzeit-Reduktion zwischen A und B an.
(z.B. für den Beweis SAT $\leq_p$ CLIQUE)