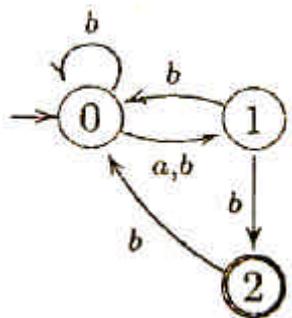


**.: VD Klausur AtfS SS 02 .:**  
 .:[ infoSpender.de ]:.

**Aufgabe 1** 3 + 3 Punkte

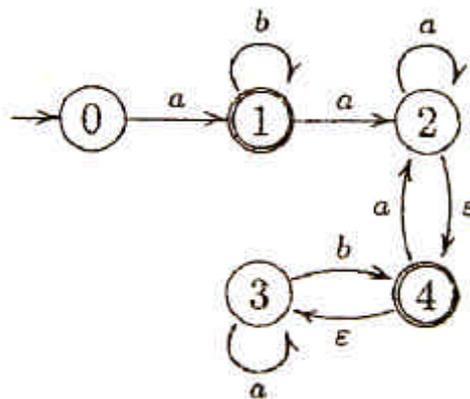
In dieser Aufgabe genügt eine grafische Darstellung der Automaten.

- (a) Geben Sie einen DEA an, der genau die Wörter  $w \in \{a, b\}^*$  akzeptiert, die kein Infix  $aa$  und höchstens ein Infix  $bb$  haben.
- (b) Führen Sie die Potenzmengenkonstruktion für folgenden Automaten durch:



**Aufgabe 2** 6 Punkte

Eliminieren Sie in dem folgenden Automaten die  $\epsilon$ -Transitionen. Geben Sie dazu eine Liste der neu einzufügenden Transitionen an (eine grafische Darstellung des Automaten ist zu unübersichtlich).



**Aufgabe 3** 2 + 4 Punkte

- (a) Geben Sie die Definition der Nerode-Kongruenz  $\sim_L$  für eine Sprache  $L \subseteq \Sigma^*$  an.
- (b) Zeigen Sie, dass  $L = \{ w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \neq |w|_b \}$  nicht regulär ist. Weisen Sie dazu nach, dass es unendlich  $\sim_L$ -Klassen gibt.

**Aufgabe 4** 4 Punkte

Wir betrachten zwei NEA's  $A_1$  und  $A_2$  über dem Alphabet  $\Sigma$ , die die Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  erkennen. Es sei  $L = L_1 \setminus L_2$ , d.h.  $L = L_1 \cap (\Sigma^* \setminus L_2)$ .

- (a) Beschreiben Sie umgangssprachlich (mit Rückgriff auf Konstruktionen aus der Vorlesung) wie man aus  $A_1$  und  $A_2$  einen NEA  $A$  für  $L$  konstruieren kann.

- (b) Gehen Sie davon aus, dass  $A_1$  und  $A_2$  jeweils  $n_1$  bzw.  $n_2$  viele Zustände haben. Geben Sie eine aus der Konstruktion begründete obere Schranke für die Zustandszahl von  $A$  an.

**Aufgabe 5** 4 + 4 Punkte

Sei  $L \subseteq \{a, b, c\}$  die Sprache  $L = \{a^i b^j c^k a^l \mid i, j, k, l \geq 0, i = l \text{ und } j > k\}$ .

- (a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  mit  $L(G) = L$  an und Ableitungen in  $G$  für die Wörter  $abbca$ ,  $abba$ ,  $bbc \in L$ .
- (b) Geben Sie einen PDA  $A$  mit  $L(A) = L$  an. (Kurze Formulierung der Idee, dann Angabe des PDA mit seinen Transitionen)

**Aufgabe 6** 4 Punkte

Wenden Sie den CYK-Algorithmus auf das Wort  $abaaa$  und die Grammatik mit den folgenden Produktionsregeln an:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XX \mid YX \\ X &\rightarrow YY \mid a \\ Y &\rightarrow SX \mid b \end{aligned}$$

Welche Voraussetzungen muss eine kontextfreie Grammatik für die Verwendung des CYK-Algorithmus erfüllen ?

**Aufgabe 7** 6 Punkte

Zu einer Sprache  $L \subseteq \Sigma^*$  sei der Präfixabschluss von  $L$  definiert als

$$\text{prf}(L) = \{u \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : uv \in L\}.$$

Geben Sie eine Konstruktion an, um einen PDA  $A$  in einen PDA  $A'$  mit  $L(A') = \text{prf}(L(A))$  umzuwandeln.

*Hinweis:*  $A'$  muss  $w$  akzeptieren genau dann, wenn  $w$  oder eine Verlängerung von  $w$  von  $A$  akzeptiert wird. Benutzen sie  $\epsilon$ -Transitionen, um zu testen, ob es eine Verlängerung von  $w$  gibt, die von  $A$  akzeptiert wird.

**Aufgabe 8** 2 + 4 Punkte

- (a) Formulieren Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen
- (b) Zeigen Sie, dass die Sprache  $L = \{a^i b^{2i} c^{3i} \mid i \geq 0\}$  nicht kontextfrei ist.

**Aufgabe 9** 4 Punkte

Betrachten Sie folgendes Entscheidungsproblem  $E_i$  (für  $i = 0, \dots, 3$ ):

Gegeben: Zwei Grammatiken  $G_1, G_2$  vom Typ  $i$  über dem Terminalalphabet  $\Sigma$ .

Frage: Gilt  $L(G_1) \setminus L(G_2) \neq \emptyset$ ?

Für welche  $i$  ist  $E_i$  entscheidbar? Geben Sie jeweils eine kurze Begründung (unter Benutzung der Ergebnisse der Vorlesung)